



www.fee.bzh

White paper For Engineer Eyes

WP-007Af – Dec. 2021

Auteur: J. Pontois

Les Convertisseurs

Analogique – Numérique

(CAN)

et l'acquisition en RF

SOMMAIRE

1. OBJET	4
2. PRINCIPES GENERAUX ET NOTATIONS	5
2.1. NOTATIONS ET DEFINITIONS	5
2.1.1. Chaîne d'amplification	5
2.1.2. Facteur de bruit	5
2.1.3. Non-linéarités et points d'interception	5
2.2. QUANTIFICATION	13
2.3. ECHANTILLONNAGE	14
2.3.1. Présentation	14
2.3.2. Le repliement spectral	15
2.3.3. Cas des signaux parasites	17
2.3.4. Echantillonneur-bloqueur	17
2.3.5. Sous-échantillonnage	18
2.3.6. Sur-échantillonnage	20
2.3.7. Filtre anti-repliements	20
2.3.8. Echantillonnage en quadrature	20
2.4. OSCILLATEURS ET BRUIT DE PHASE	21
2.4.1. Description	21
2.4.2. Modélisation	22
2.4.3. Gigue de phase	23
3. CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMERIQUE (CAN)	24
3.1. CARACTERISATION DES CAN	24
3.1.1. DC-offset	24
3.1.2. SNR	25
3.1.3. ENOB	25
3.1.4. SINAD	25
3.1.5. Spurious-Free Dynamic Range (SFDR)	25
3.1.6. INL	25
3.1.7. DNL	26
3.1.8. Aperture Time, Aperture Jitter	26
3.1.9. Overvoltage Recovery Time	27
3.1.10. Divers	27
3.2. ARCHITECTURES DES CONVERTISSEURS A/N	28
3.2.1. Les convertisseurs parallèles ou « flash »	28
3.2.2. Les convertisseurs à étages multiples ou « pipelined »	29
3.2.3. Les convertisseurs sigma-delta	29
3.3. CHOIX DE LA FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE	32
3.4. BRUIT DE PHASE SUR L'HORLOGE D'ECHANTILLONNAGE	32
3.5. MISE EN OEUVRE DES CAN RAPIDES	33
3.5.1. Erreur d'ouverture (Aperture Error)	33
3.5.2. Effet de la gigue de phase de l'horloge d'échantillonnage	33
3.5.3. Calcul de la gigue de phase due à un oscillateur	36
3.5.4. Effet des raies parasites de l'horloge d'échantillonnage	37
3.5.5. Influence du signal de sortie	38
3.6. TECHNIQUES DE CORRECTION	39
3.6.1. Technique de "dithering"	39
3.6.2. Techniques de linéarisation	39

FIGURES

Figure 1 - Réponse du quantifieur à pas constant idéal.....	13
Figure 2 - Echantillonneur-bloqueur	18
Figure 3 - Allure du bruit de phase d'un oscillateur	21
Figure 4 - Courbe d'INL pour AD9225	26
Figure 5 - Courbe d'INL pour le LTC2208	26
Figure 6 - Courbe de DNL pour AD9225	26
Figure 7 - Courbe de DNL pour LTC2208	26
Figure 8 - Architecture d'un CAN de type flash	28
Figure 9 - Architecture d'un CAN à étages multiples.....	29
Figure 10 - Architecture d'un CAN sigma-delta.....	29

1. OBJET

Ce document présente les convertisseurs analogique-numérique (CAN) en général, en s'intéressant essentiellement à l'utilisation des CAN rapides dans les applications RF.

Note : document interne 010-NT-001A de Mars 2013, passage en « White Paper » en décembre 2021.

Ce document de FEE est fourni pour information, sans aucune garantie. Sa copie partielle n'est pas autorisée.

2. PRINCIPES GENERAUX ET NOTATIONS

2.1. NOTATIONS ET DEFINITIONS

- k constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$)
 T_0 température de fonctionnement des systèmes (290K)
 kT_0B puissance de bruit thermique à T_0 dans une bande de fréquences B
Soit pour 1 Hz : $4 \cdot 10^{-21} W$ ou -174 dBm

2.1.1. CHAINE D'AMPLIFICATION

On décrit ici brièvement une chaîne d'amplification analogique, considérée comme la succession d'amplificateurs adaptés en impédance.

Ces amplificateurs sont notés A_1, A_2, \dots, A_n et ont comme caractéristiques :

F_k : facteur de bruit (rapport de puissances, $F_k \geq 1$)

G_k : gain en puissance

Le gain en puissance total de la chaîne est $G = G_1 \cdot G_2 \cdot \dots \cdot G_n$

2.1.2. FACTEUR DE BRUIT

On considère que les bruits produits par chaque amplificateur sont indépendants : on peut alors les sommer en puissance. Le surplus de puissance de bruit produit par un amplificateur (par rapport au bruit thermique) ramené sur son entrée est $F_k - 1$.

Le facteur de bruit global se calcule en sommant les puissances de bruit produites par chaque amplificateur et ramené à l'entrée de la chaîne :

$$F = 1 + (F_1 - 1) + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}$$

$$\text{soit } F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}$$

2.1.3. NON-LINEARITES ET POINTS D'INTERCEPTION

2.1.3.1. MODELISATION

On associe à un amplificateur sans mémoire (de bande passante infinie), une caractéristique du type :

$$s(e) = a_0 + a_1 e + a_2 e^2 + a_3 e^3 + \dots$$

où :

e est le signal d'entrée, s est le signal de sortie.

a_0 est le décalage de la sortie en continu (DC-offset)

a_1 est le gain de l'amplificateur

a_2, \dots sont les termes caractérisant les non-linéarités apportées par l'amplificateur

Soit un signal d'entrée $e(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)$

Le signal $s(t)$ associé va être composé, outre le décalage a_0 , de:

$a_1 \cdot e(t)$, qui est le signal attendu

$a_2 \cdot e(t)^2$, qui est le signal généré par la non-linéarité d'ordre 2

$a_3 \cdot e(t)^3$, qui est le signal généré par la non-linéarité d'ordre 3

On a :

$$a_2 \cdot e(t)^2 = a_2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{A_1^2 + A_2^2}{2} \\ + \frac{A_1^2}{2} \cos(4\pi f_1 t) \\ + \frac{A_2^2}{2} \cos(4\pi f_2 t) \\ + A_1 A_2 \cos[2\pi(f_1 - f_2)t] \\ + A_1 A_2 \cos[2\pi(f_1 + f_2)t] \end{array} \right.$$

$$a_3 \cdot e(t)^3 = a_3 \left\{ \begin{array}{l} 3A_1 \frac{A_1^2 + 2A_2^2}{4} \cos(2\pi f_1 t) \\ + 3A_2 \frac{2A_1^2 + A_2^2}{4} \cos(2\pi f_2 t) \\ + \frac{A_1^3}{4} \cos(6\pi f_1 t) \\ + \frac{A_2^3}{4} \cos(6\pi f_2 t) \\ + \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos[2\pi(f_1 - 2f_2)t] \\ + \frac{3A_1 A_2^2}{4} \cos[2\pi(f_1 + 2f_2)t] \\ + \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos[2\pi(2f_1 - f_2)t] \\ + \frac{3A_1^2 A_2}{4} \cos[2\pi(2f_1 + f_2)t] \end{array} \right.$$

...

Dans le cas général, le spectre du signal $s(t)$ est composé de toutes les fréquences de la forme $mf_1 \pm nf_2$, m et n entiers.

Dans le cadre d'une utilisation en réception, on travaille autant que possible à un niveau faible par rapport à la saturation. Les termes les plus importants sont alors associés aux non-linéarités d'ordre 2 et 3. Ils génèrent les fréquences parasites suivantes (avec leurs amplitudes pour le cas où $A_1 = A_2 = A$) :

			$3f_1$	$A^3 \frac{a_3}{4}$	
	$2f_1$	$A^2 \frac{a_2}{2}$	$3f_2$	$A^3 \frac{a_3}{4}$	
ordre 2	$2f_2$	$A^2 \frac{a_2}{2}$	ordre 3	$f_1 - 2f_2$	$A^3 \frac{3a_3}{4}$
	$f_1 - f_2$	$A^2 a_2$		$f_1 + 2f_2$	$A^3 \frac{3a_3}{4}$
	$f_1 + f_2$	$A^2 a_2$		$2f_1 - f_2$	$A^3 \frac{3a_3}{4}$
				$2f_1 + f_2$	$A^3 \frac{3a_3}{4}$

Quand le signal approche de la saturation (ce sera le cas en pratique pour un convertisseur analogique-numérique travaillant près de la pleine échelle), les termes d'ordre élevés ne sont plus négligeables et peuvent devenir prépondérants (écrêtage).

Les fréquences générées peuvent être placées en dehors de la bande utile : elles ne sont alors pas gênantes en elles-mêmes. C'est notamment le cas pour le terme constant (DC-offset) de la non-linéarité d'ordre 2, qui est généralement négligé. Si ces fréquences ne sont pas filtrées, l'amplificateur suivant dans la chaîne peut par contre les mélanger avec d'autres et les ramener dans la bande utile. On remarque que la non-linéarité d'ordre 3 engendre un terme à la fréquence signal, mais que l'on néglige également, car il n'a pas d'incidence sur la dynamique d'un récepteur.

En HF, ces fréquences parasites peuvent être toutes gênantes, en particulier si f_1 et f_2 ne dépassent pas 10 MHz. Par exemple, pour 6.5 MHz et 9 MHz, on génère :

ordre 2 : 13, 18, 2.5 et 15.5 MHz
 ordre 3 : 19.5, 27, 4, 22, 11.5 et 24.5 MHz

Les non-linéarités d'ordre 2 et 3 sont caractérisées par les points d'interception d'ordre 2 et 3.

Ces points théoriques sont définis en injectant un signal composé de deux fréquences pures de même amplitude.

Le point d'interception d'ordre 2 en entrée ($iip2$) est l'amplitude d'entrée d'un ton telle qu'une non-linéarité d'ordre 2 représente une amplitude équivalente à celle du ton.

Le point d'interception d'ordre 3 en entrée ($iip3$) est l'amplitude d'entrée d'un ton telle qu'une non-linéarité d'ordre 3 représente une amplitude équivalente à celle du ton.

En sortie, la plus forte non-linéarité d'ordre 2 (intermodulation) possède une amplitude $A^2 a_2$, pour un ton d'amplitude $A a_1$. On a donc $A^2 |a_2| = A |a_1|$ pour une amplitude d'entrée $A = iip2$, d'où : $iip2 = \frac{|a_1|}{|a_2|}$

En sortie, la plus forte non-linéarité d'ordre 3 (intermodulation) possède une amplitude $\frac{3A^3 a_3}{4}$, pour un ton d'amplitude $A a_1$. On a donc $\frac{3A^3 |a_3|}{4} = A |a_1|$ pour une amplitude d'entrée $A = iip3$, d'où : $iip3 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|a_1|}{|a_3|}}$

Soit $iimd2$ (intermodulation distorsion) l'amplitude de la plus forte non-linéarité d'ordre 2 ramenée en entrée. $iimd2$ varie comme le carré de l'amplitude d'entrée. On a :

$$iimd2 = iip2 \cdot \left(\frac{A}{iip2} \right)^2 = \frac{A^2}{iip2}$$

Soit $iimd3$ l'amplitude de la plus forte non-linéarité d'ordre 3 en sortie. $iimd3$ varie comme le cube de l'amplitude d'entrée. On a :

$$iimd3 = iip3 \cdot \left(\frac{A}{iip3} \right)^3 = \frac{A^3}{iip3^2}$$

En pratique, ces valeurs sont exprimées en puissance (on les note alors $IIMD2$, $IIMD3$, $IIP2$ et $IIP3$).

$IIMD2$ varie comme le carré de la puissance d'entrée P_{in} . On a : $IIMD2 = \frac{P_{in}^2}{IIP2}$

$IIMD3$ varie comme le cube de la puissance d'entrée P_{in} . On a : $IIMD3 = \frac{P_{in}^3}{IIP3^2}$

Les points d'interception d'une chaîne d'amplification ne sont pas directement prévisibles à partir des points d'interception des éléments séparés : les produits d'intermodulation des éléments ne sont pas indépendants, ils doivent être sommés en tenant compte de leur phase.

On peut néanmoins définir une formule majorant le point d'interception en supposant que les termes parasites se somment en amplitude :

Soient :

g_k le gain linéaire de l'amplificateur k ($g_k = a_{1k}$)

$iip2_k$ le point d'interception d'ordre 2 de l'amplificateur k

$iip3_k$ le point d'interception d'ordre 3 de l'amplificateur k

Pour une amplitude d'entrée A donnée, le premier amplificateur génère une intermodulation maximale :

$$iimd2_1 = \frac{A^2}{iip2_1}$$

$$iimd3_1 = \frac{A^3}{iip3_1^2}$$

Pour une amplitude d'entrée de chaîne A donnée, le k -ème amplificateur génère une intermodulation maximale à l'entrée de la chaîne :

$$iimd2_k = \frac{1}{g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1}} \frac{(g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1} A)^2}{iip2_k} = \frac{g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1} A^2}{iip2_k}$$

$$iimd3_k = \frac{1}{g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1}} \frac{(g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1} A)^3}{iip3_k^2} = \frac{(g_1 \cdot \dots \cdot g_{k-1})^2 A^3}{iip3_k^2}$$

L' $iimd2$ total est majoré par (cas où tous les termes sont en phase) :

$$iimd2 = iimd2_1 + \dots + iimd2_n = A^2 \left(\frac{1}{iip2_1} + \frac{g_1}{iip2_2} + \dots + \frac{g_1 \cdot \dots \cdot g_{n-1}}{iip2_n} \right)$$

$$\text{d'où } \frac{1}{iip2} = \frac{1}{iip2_1} + \frac{g_1}{iip2_2} + \dots + \frac{g_1 \cdot \dots \cdot g_{n-1}}{iip2_n}$$

De même, l' *iimd3* total est majoré par :

$$iimd3 = iimd3_1 + \dots + iimd3_n = A^3 \left(\frac{1}{iip3_1^2} + \frac{g_1^2}{iip3_2^2} + \dots + \frac{(g_1 \cdot \dots \cdot g_{n-1})^2}{iip3_n^2} \right)$$

$$\text{d'où } \frac{1}{iip3} = \frac{1}{iip3_1^2} + \frac{g_1^2}{iip3_2^2} + \dots + \frac{(g_1 \cdot \dots \cdot g_{n-1})^2}{iip3_n^2}$$

Ramenées en puissance, ces expressions s'écrivent :

$$IIP2 = \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{IIP2_1}} + \sqrt{\frac{G_1}{IIP2_2}} + \dots + \sqrt{\frac{G_1 \cdot \dots \cdot G_{n-1}}{IIP2_n}} \right)^2}$$

$$IIP3 = \frac{1}{\frac{1}{IIP3_1} + \frac{G_1}{IIP3_2} + \dots + \frac{G_1 \cdot \dots \cdot G_{n-1}}{IIP3_n}}$$

2.1.3.2. LIMITATION DU TEMPS DE MONTEE

Un amplificateur réel n'est pas sans mémoire : il possède une réponse limitée en fréquence, qui implique une variation des non-linéarités avec la fréquence. En première approche, on peut caractériser l'amplificateur par sa vitesse de montée, qui est la valeur maximale de la dérivée par rapport au temps du signal de sortie, exprimée en V/ μ s. La limitation du temps de montée limite la valeur de la dérivée du signal. Pour un signal sinusoïdal, la valeur maximale de la dérivée est proportionnelle à la fréquence et à l'amplitude du signal. De la même manière que pour la saturation du signal, la saturation de la dérivée génère des intermodulations, que l'on retrouve dans le signal (après intégration), à des amplitudes qui sont fonction non seulement de l'amplitude des signaux intermodulants mais aussi de leur fréquence.

2.1.3.3. CAS GENERAL

Dans le cas général d'une chaîne d'amplification avec mémoire, intégrant une succession de filtres et d'éléments d'amplification non-linéaires, on peut écrire la réponse du système selon :

$$s(t) = \begin{cases} s_0 \\ + \int h_1(\tau) e(t-\tau) d\tau \\ + \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) e(t-\tau_1) e(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ + \int \int \int h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) e(t-\tau_1) e(t-\tau_2) e(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\ + \dots \end{cases}$$

Dans le cas d'un système pratique utilisé en deçà de la saturation (quasi-linéaire, où $s_0 = 0$ et dont les termes supérieurs sont faibles devant le terme d'ordre 1), on se limite généralement à l'ordre 3, d'où :

$$s(t) \approx \begin{cases} \int h_1(\tau) e(t-\tau) d\tau \\ + \int \int h_2(\tau_1, \tau_2) e(t-\tau_1) e(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ + \int \int \int h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) e(t-\tau_1) e(t-\tau_2) e(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{cases}$$

h_1 est la fonction de transfert « idéale » du système (hors non linéarités), h_2 représente les non-linéarités d'ordre 2, h_3 les non-linéarités d'ordre 3.

En se limitant à l'ordre 3 et dans la bande passante du système, on peut inverser la relation précédente pour écrire :

$$e(t) \approx \begin{cases} \int h_1'(\tau) s(t-\tau) d\tau \\ + \int \int h_2'(\tau_1, \tau_2) s(t-\tau_1) s(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ + \int \int \int h_3'(\tau_1, \tau_2, \tau_3) s(t-\tau_1) s(t-\tau_2) s(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{cases}$$

ou encore :

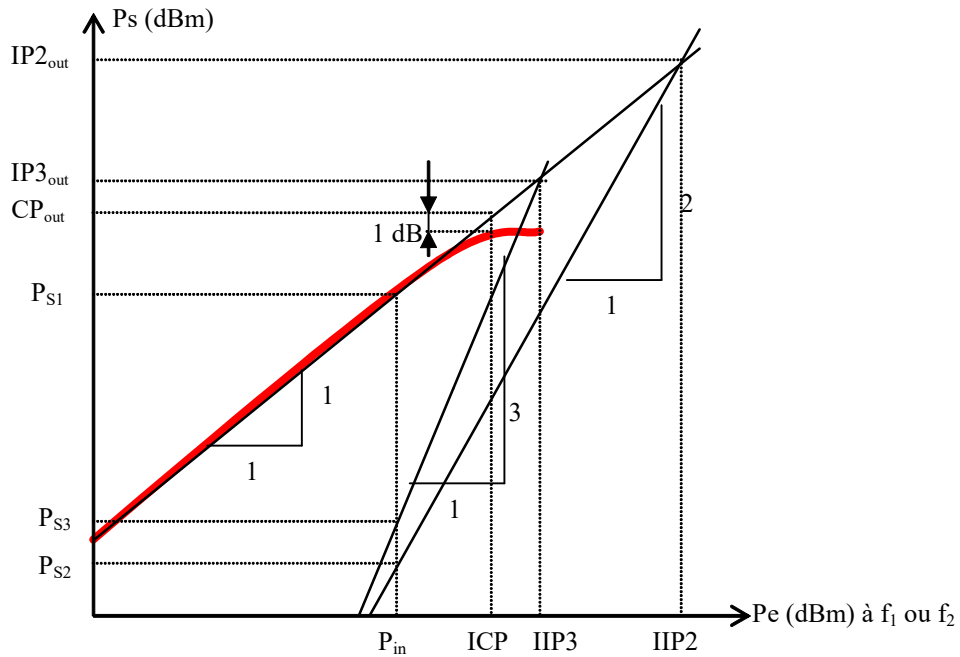
$$s'(t) = \int h_1(\tau) e(t-\tau) d\tau \approx \begin{cases} s(t) \\ + \int \int h_2''(\tau_1, \tau_2) s(t-\tau_1) s(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ + \int \int \int h_3''(\tau_1, \tau_2, \tau_3) s(t-\tau_1) s(t-\tau_2) s(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{cases}$$

Sous cette forme, on voit que l'on peut espérer linéariser le signal de sortie avec une post-distorsion bien choisie.

Dans le cadre d'une correction numérique, la complexité de la post-distorsion devient vite rédhibitoire dans le cas général quand le support des fonctions h_2'' et h_3'' s'élargit. Elle peut néanmoins être réalisable en pratique si on arrive à représenter la correction comme une succession de filtres et d'opérateurs non linéaires. On peut alors au mieux éliminer les non-linéarités (ici d'ordre 2 et 3), et au minimum les réduire, éventuellement dans une proportion dépendant de la fréquence. La limitation étant due principalement à l'effet de mémoire des filtres de la chaîne, c'est-à-dire à la longueur de la réponse impulsionnelle de ceux-ci, on cherchera à réduire autant que possible la longueur « utile » de la réponse impulsionnelle des filtres des étages analogiques d'une chaîne d'acquisition. En pratique, ceci conduit à éviter les filtres analogiques à pente raide et/ou de faible bande passante.

2.1.3.4. CARACTERISATION D'UN AMPLIFICATEUR

On caractérise classiquement un amplificateur réel à partir du graphique suivant, représentant les puissances en entrée et en sortie sur une échelle logarithmique:



La courbe rouge est la caractéristique réelle en puissance. Au delà d'une certaine valeur, la puissance de sortie est limitée, voire diminuée : il y a compression.

Le gain G est le rapport entre la puissance de sortie et d'entrée aux faibles niveaux : il se traduit par le décalage à l'origine de la caractéristique en puissance.

Le point de compression à 1 dB en entrée (ICP) est la valeur minimale de la puissance d'entrée P_{in} telle que $P_{out} (dB) = G (dB) + P_{in} (dB) - 1$.

Le point d'interception d'ordre 2 en entrée ($IIP2$) est le point théorique où la puissance de la plus forte non-linéarité d'ordre 2 ramenée à l'entrée ($IIMD2$) serait égale à la puissance du signal en l'absence de compression. Pour une puissance d'entrée P_{in} donnée, on a :

$$IIP2 (dB) = P_{in} (dB) + (P_{in} (dB) - IIMD2 (dB)) = 2P_{in} (dB) - IIMD2 (dB).$$

Le point d'interception d'ordre 3 en entrée ($IIP3$) est le point théorique où la puissance de la plus forte non-linéarité d'ordre 3 ramenée à l'entrée ($IIMD3$) serait égale à la puissance du signal en l'absence de compression. Pour une puissance d'entrée P_{in} donnée, on a :

$$IIP3 (dB) = P_{in} (dB) + \frac{P_{in} (dB) - IIMD3 (dB)}{2} = \frac{3P_{in} (dB) - IIMD3 (dB)}{2}.$$

Les architectures différentielles permettent de limiter les non-linéarités d'ordre 2 (plus généralement d'ordre pair). En effet, la caractéristique de transfert $s(e)$ devient impaire par construction : $s(-e) = -s(e)$. La limitation réside dans la qualité de l'appariement des deux voies (symétriques) de la chaîne d'amplification, et notamment du gain.

Les points de compression sont aussi définis en sortie, ils sont alors notés $OIP2$ et $OIP3$, et on a donc :

$$OIP2 (dB) = IIP2 (dB) + G (dB) \text{ et } OIP3 (dB) = IIP3 (dB) + G (dB).$$

Les architectures différentielles permettent de limiter les non-linéarités d'ordre 2 (plus généralement d'ordre pair). En effet, la caractéristique de transfert $s(e)$ devient impaire par construction : $s(-e) = -s(e)$. La limitation réside dans la qualité de l'appariement des deux voies (symétriques) de la chaîne d'amplification, et notamment du gain.

2.2. QUANTIFICATION

La quantification est l'opération qui associe un nombre entier à une grandeur continue, afin de permettre un traitement numérique du signal.

La quantification se fait le plus souvent à pas constant sur une échelle linéaire de N bits. Le signal x est alors représenté idéalement par un nombre entier k tel que $|kq - x|$ soit minimal, comme indiqué sur la figure suivante. L'erreur de quantification est $e = x - kq$, comprise dans $\left[-\frac{q}{2}; +\frac{q}{2}\right]$. Avec un codage sur N bits, soit 2^N niveaux, le signal x peut varier dans $\left[-q2^{N-1}; +q2^{N-1}\right]$.

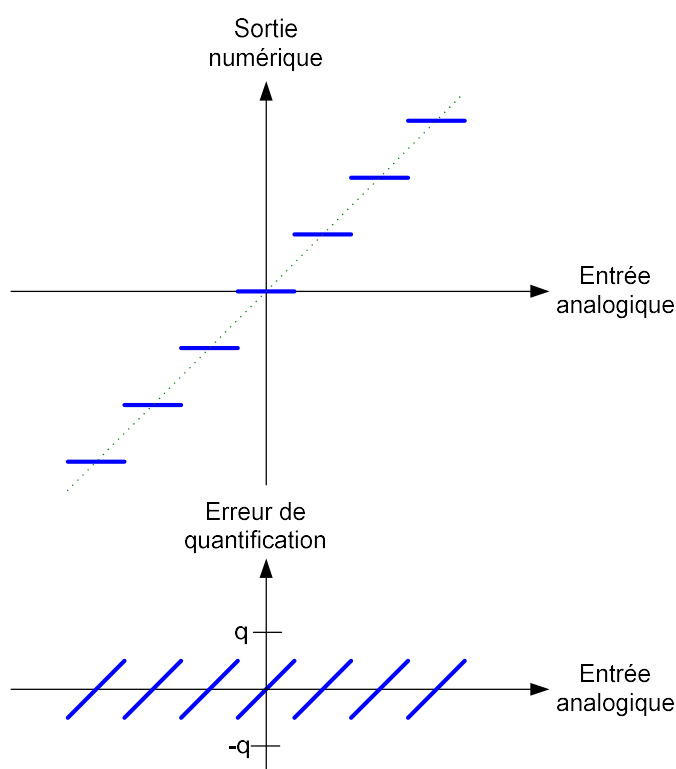


Figure 1 - Réponse du quantifieur à pas constant idéal

Les quantifications utilisant une échelle logarithmique permettent une résolution plus fine aux faibles niveaux. Celles-ci s'adressent plutôt aux signaux bande étroite (audio notamment), et permettent d'obtenir une dynamique de mesure plus importante avec un même nombre de bits. Elles peuvent être vues comme des quantifications à pas constant précédées par un amplificateur à réponse logarithmique, qui comprime les fortes amplitudes. Ces quantifications sont peu adaptées dans le cadre d'une réception large bande qui utilise des traitements linéaires (FFT, filtrage,...) exploitant une grande dynamique instantanée. Outre la conversion numérique logarithmique – linéaire préalable qu'ils nécessiteraient, les performances seraient limitées par l'erreur de quantification aux grandes amplitudes, là où elle est maximale.

La variation de l'erreur de quantification dans le temps représente le bruit de quantification, qui n'est à priori pas indépendant du signal.

Quand le signal d'erreur e peut être assimilé à du bruit uniformément distribué sur $\left[-\frac{q}{2}; +\frac{q}{2}\right]$, il possède

une puissance moyenne $\frac{1}{q} \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} x^2 dx = \frac{q^2}{12}$. Pour un signal sinusoïdal d'amplitude maximale ($q2^{N-1}$), ce bruit

plancher limite alors le rapport signal à bruit du signal numérique à : $SNR = \frac{\frac{1}{2}(2^{N-1})^2 q^2}{\frac{q^2}{12}} = \frac{3}{2} \cdot 4^N$.

Exprimé en dB, on a : $SNR(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} \cdot 4^N \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{2} \right) + 20N \log_{10} (2)$, soit :

$$SNR(dB) \approx 1.76 + 6.02N.$$

A partir d'un signal large bande, on peut faire ressortir un signal à bande étroite noyé dans un bruit de quantification supposé blanc. La réduction de bande passante d'un facteur R permet en effet d'augmenter d'autant le rapport signal à bruit dans la bande étroite : la puissance du signal reste constante, la puissance du bruit de quantification supposé blanc est réduite dans le rapport R . Dans ce cadre, une quantification de N bits en large bande permet donc d'obtenir, par filtrage numérique, une dynamique de mesure en bande étroite de $N + \frac{\log_2(R)}{2}$ bits.

Par contre, dans le cas où le signal entrant est périodique, le signal d'erreur e est lui aussi périodique et engendre donc dans le signal numérique final des raies parasites, dans le cas général à tous les multiples de la période du signal. La puissance de ces raies parasites ne peut être réduite par un filtrage bande étroite, cet effet limite alors la dynamique instantanée du signal numérique.

La technique du « dithering » consiste à « blanchir » le signal d'erreur e en ajoutant à l'entrée du quantifieur un faible bruit (mais suffisamment grand devant le pas de quantification). Le signal d'erreur est ainsi rendu indépendant du signal utile, au prix d'une augmentation de sa puissance. Les raies parasites du bruit de quantification sont remplacées par un bruit blanc qui diminue le rapport signal à bruit large bande, mais permet d'augmenter la dynamique instantanée en bande étroite, par filtrage.

2.3. ECHANTILLONNAGE

2.3.1. PRESENTATION

L'échantillonnage est l'opération qui permet de passer de la représentation en temps continu d'un signal à sa représentation en temps discret. Il est effectué dans l'immense majorité des cas à un rythme régulier (la fréquence d'échantillonnage). L'échantillonnage irrégulier est possible, mais reste peu utilisé en raison de la complexité des traitements à opérer sur les données en sortie.

D'après le théorème d'échantillonnage de Shannon, l'échantillonnage d'un signal complexe de bande passante B doit se faire à une fréquence f_e au moins égale à la fréquence de Shannon $f_s = B$ pour éviter toute perte d'information.

Dans le cas d'un signal réel (en bande de base), la bande passante à prendre en considération est $-f_{\max} \dots + f_{\max}$ soit $B = 2f_{\max}$, où f_{\max} est la fréquence maximale du signal. On retrouve alors le critère de Nyquist, selon lequel l'échantillonnage d'un signal réel contenant les fréquences inférieures à f_{\max} doit se faire à

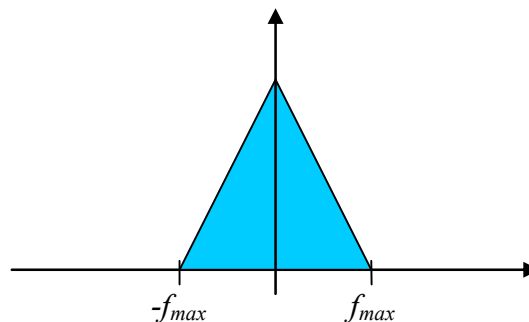
une fréquence d'au moins $2f_{\max}$. Dans ces conditions, on peut assimiler un signal à temps continu $x(t)$ à une suite discrète (x_n) , telle que $x_n = x\left(\frac{n}{f_e}\right)$.

On définit la fréquence de Nyquist comme la moitié de la fréquence d'échantillonnage : c'est donc la fréquence maximale autorisée du signal réel. On définit de même les zones de Nyquist comme les intervalles de la forme $\left[\frac{n-1}{2}f_e; \frac{n}{2}f_e\right]$. La première zone de Nyquist est définie pour $n = 1$, la deuxième pour $n = 2$, ...

Mathématiquement, l'échantillonnage à une fréquence f_e est équivalent à la multiplication du signal d'entrée par un peigne de Dirac de période $\frac{1}{f_e}$. Cette multiplication entraîne, dans le domaine fréquentiel, une convolution par un peigne de Dirac au pas f_e . L'échantillonnage à f_e a donc pour effet de sommer toutes les répliques du signal d'entrée décalées d'une fréquence nf_e : c'est le repliement spectral. Le signal échantillonné possède donc un spectre périodique, de période f_e .

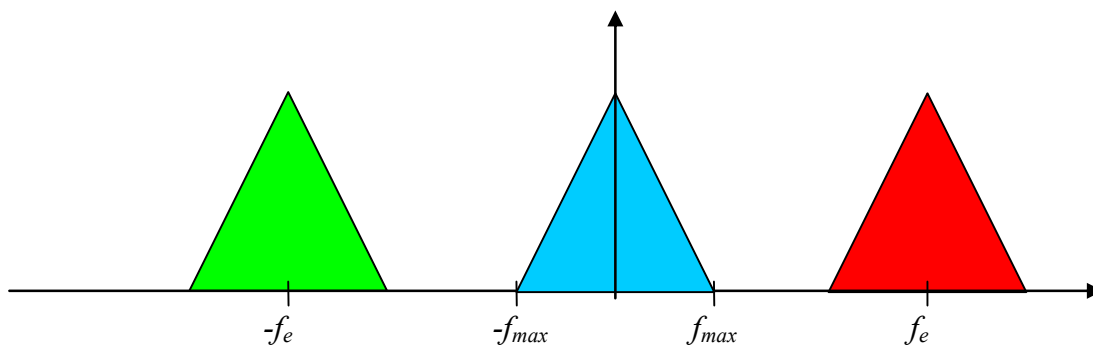
2.3.2. LE REPLIEMENT SPECTRAL

On illustre cet effet en considérant l'échantillonnage à f_e d'un signal réel quelconque compris dans une bande $-f_{\max} \dots +f_{\max}$.



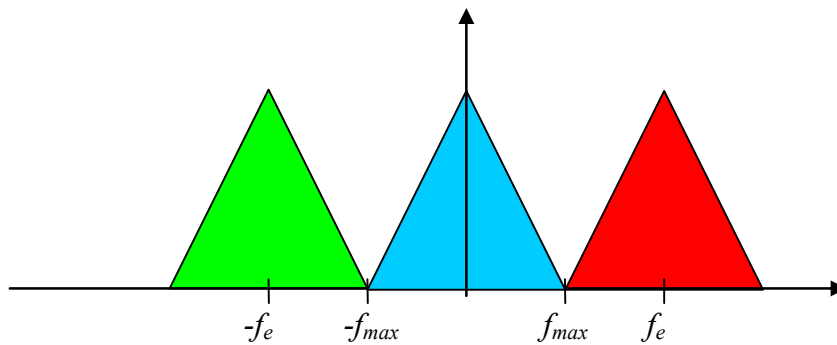
Le spectre du signal échantillonné est composé de la répétition du spectre du signal réel avec un pas f_e . On distingue trois cas :

1^{er} cas : $f_e > 2f_{\max}$



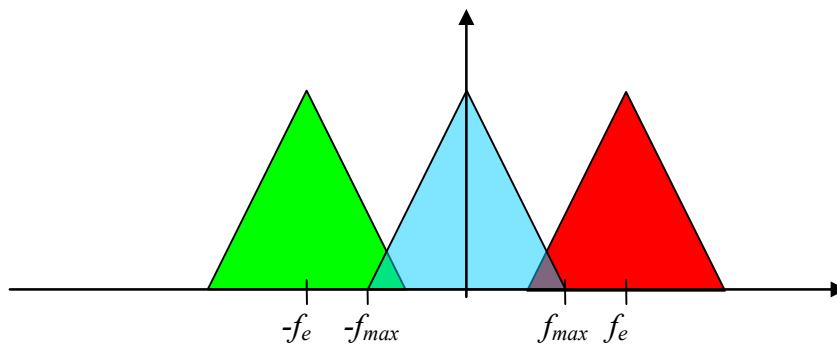
Le critère de Nyquist est respecté, les répliques du spectre du signal réel restent disjointes : le signal échantillonné représente correctement le signal réel.

2^e cas : $f_e = 2f_{\max}$



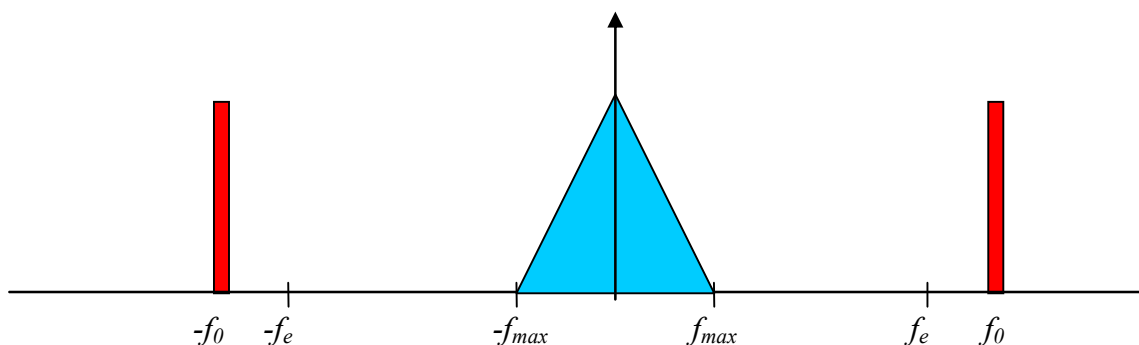
Les répliques du spectre du signal réel sont juxtaposées : les amplitudes des fréquences $-f_{\max}$ et f_{\max} (qui sont conjuguées pour un signal réel) se somment, mais les amplitudes des autres fréquences du signal réel restent inchangées. Le signal échantillonné représente tout juste le signal réel.

3^e cas : $f_e < 2f_{\max}$

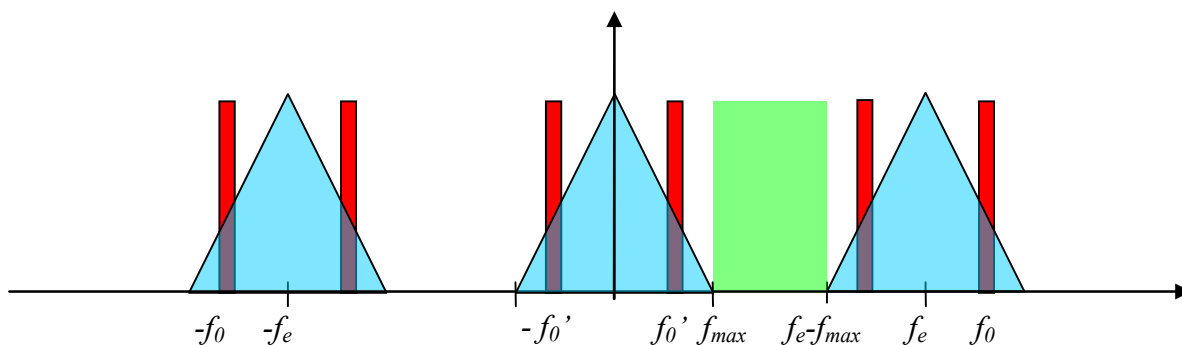


Les répliques du spectre du signal réel se combinent. Le signal échantillonné ne représente plus le signal réel, l'amplitude de tout ou partie des fréquences est perdue.

2.3.3. CAS DES SIGNAUX PARASITES



Dans le cas où le signal réel à échantillonner contient un parasite à la fréquence $f_0 > f_{max}$, celui-ci va être répliqué à toutes les fréquences de la forme $f_0 \pm nf_e$, et se retrouvera fatalement à une fréquence f_0' dans $[0; f_e]$ (et à sa complémentaire à $f_e - f_0'$).



Cependant, si f_e est supérieure à la fréquence de Shannon, il existe une bande $[f_{max}; f_e - f_{max}]$ dans laquelle le parasite peut être éliminé par filtrage numérique. Même chose s'il tombe dans une sous-bande inutilisée du signal utile, autour du continu notamment. Certaines fréquences générées par le système (horloges internes, oscillateurs locaux,...) peuvent se retrouver dans le signal réel même après un filtrage d'entrée analogique (il est induit après le filtre). Un choix judicieux de l'ensemble des horloges utilisées dans le système doit donc être fait afin de les rejeter autant que possible en dehors de la bande d'intérêt du signal. En cas d'impossibilité par exemple les multiples harmoniques d'une alimentation à découpage, la nécessité d'une horloge particulière pour un sous-système numérique,...), des solutions de contournement sont néanmoins envisageables. Citons :

- Une horloge gênante peut supporter d'être (légèrement) étalée en spectre, permettant de réduire le niveau crête du signal parasite qu'elle engendre dans une bande étroite.
- Une horloge synchrone (dérivée) de l'horloge d'échantillonnage peut générer une forme d'onde stable (périodique) : il suffit alors de soustraire numériquement le contenu d'une table lue cycliquement.
- Un signal parasite peut être numérisé conjointement par une autre voie puis soustrait après un filtrage (par exemple adaptatif de type annulation d'écho).

2.3.4. ECHANTILLONNEUR-BLOQUEUR

L'opération d'échantillonnage en elle-même est réalisée par un échantillonneur-bloqueur. Ce système effectue la mise en mémoire du signal d'entrée à chaque impulsion d'horloge et la conserve à sa sortie. L'échantillonneur-

bloqueur réel possède un temps d'ouverture non nul pendant lequel il intègre le signal entrant. Cette intégration se traduit par un filtrage passe-bas sur le signal d'entrée, aussi le temps d'ouverture devrait rester aussi faible que possible devant la période minimale du signal utile.

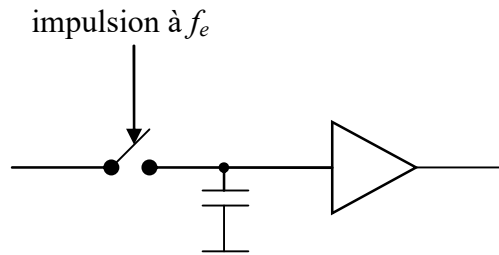


Figure 2 - Echantillonneur-bloqueur

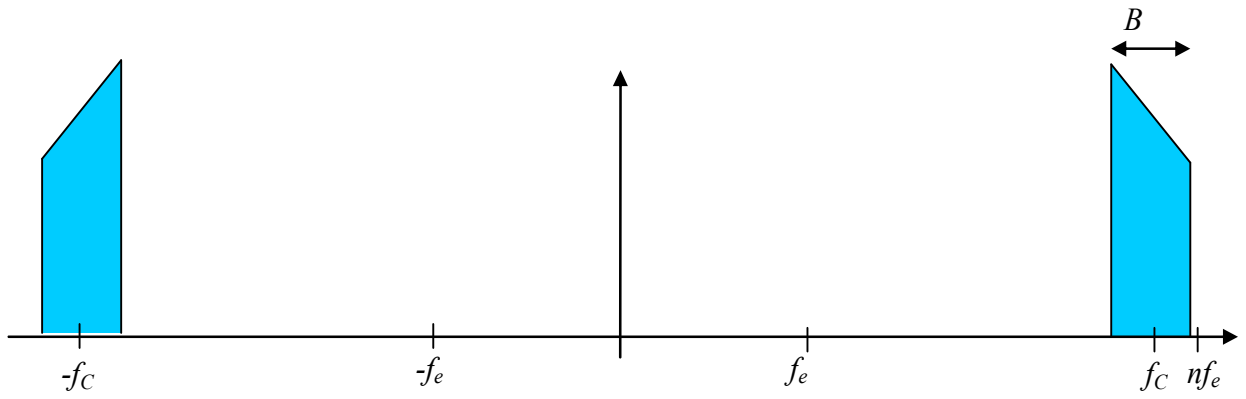
2.3.5. SOUS-ECHANTILLONNAGE

Quand le signal réel utile possède une largeur de bande B faible par rapport à sa fréquence centrale f_c (il occupe les fréquences $\left[f_c - \frac{B}{2}; f_c + \frac{B}{2} \right]$ et $\left[-f_c - \frac{B}{2}; -f_c + \frac{B}{2} \right]$), il est possible d'utiliser des fréquences d'échantillonnage f_e inférieures à $2 \cdot f_{\max} = 2f_c + B$. Il faut alors s'assurer de deux choses :

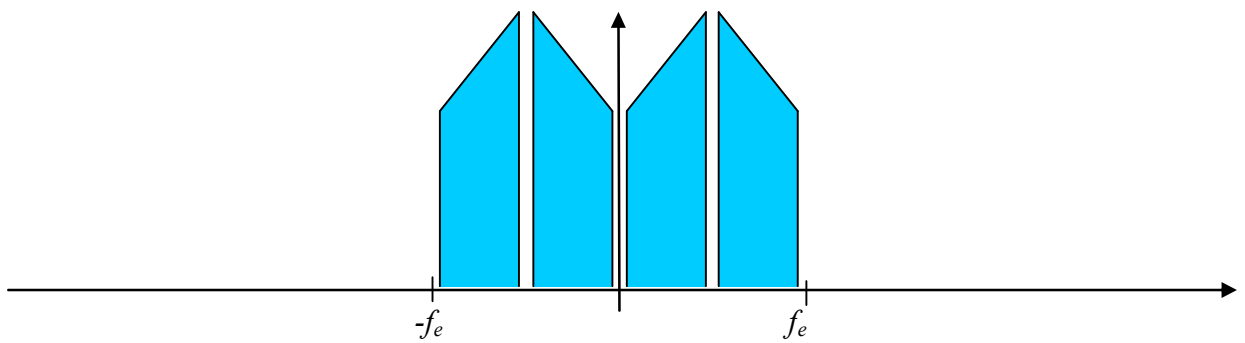
- le repliement spectral ne superpose pas le signal utile avec une de ses répliques, c'est-à-dire que f_e soit telle que les bandes $\left[f_c - \frac{B}{2}; f_c + \frac{B}{2} \right]$, $\left[-f_c - \frac{B}{2}; -f_c + \frac{B}{2} \right]$ et $\left[f_c - \frac{B}{2} + n \cdot f_e; f_c + \frac{B}{2} + n \cdot f_e \right]$ soient disjointes, n entier signé non nul. Parallèlement, d'autres contraintes peuvent être introduites, comme éviter que les harmoniques du signal utile (ordres 2 et 3 notamment) ne se retrouvent dans une réplique du signal utile.
- le signal échantillonné ne comporte pas de composantes parasites susceptibles de se replier sur le signal utile, c'est-à-dire qu'un filtre d'entrée analogique doit éliminer les bandes de fréquences images du type $\left[f_c - \frac{B}{2} + n \cdot f_e; f_c + \frac{B}{2} + n \cdot f_e \right]$ ou $\left[-f_c - \frac{B}{2} + n \cdot f_e; -f_c + \frac{B}{2} + n \cdot f_e \right]$, n entier signé non nul.

Sous ces conditions, le signal utile apparaît comme un signal centré sur $f_c' = f_c + k \cdot f_e$, avec k entier tel que $|f_c'| < \frac{f_e}{2}$.

En pratique, la valeur f_c de la FI utilisée est de la forme $f_c = n f_e - \frac{B}{2} - f_L$ ou $f_c = n f_e + \frac{B}{2} + f_L$, ce qui permet de ramener le signal utile vers la bande $[f_L; f_L + B]$.

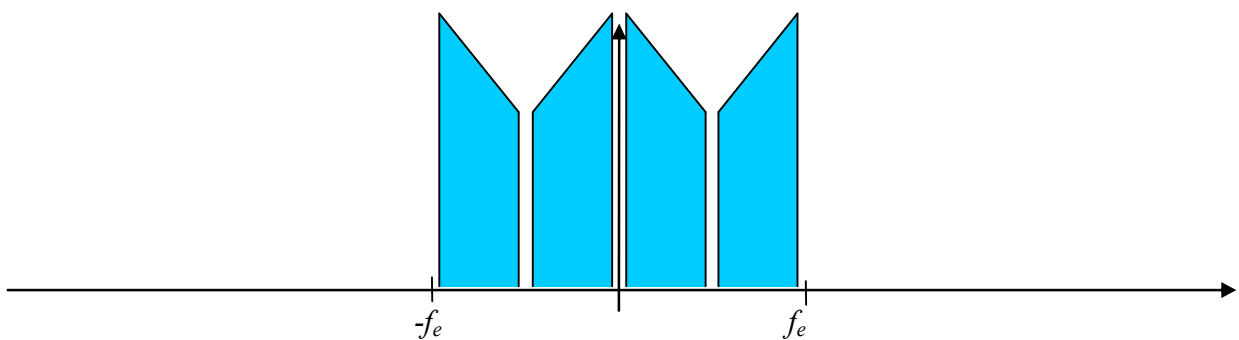


Spectre du signal réel en FI



Spectre du signal échantillonné, cas $f_c = n f_e - \frac{B}{2} - f_L$

Dans ce cas, le spectre du signal utile ramené en bande de base par le repliement spectral est inversé : les fréquences hautes deviennent les fréquences basses.



Spectre du signal échantillonné, cas $f_c = n f_e + \frac{B}{2} + f_L$

Dans ce cas, le spectre du signal utile ramené en bande de base par le repliement spectral est conservé.

La contrainte principale du sous-échantillonnage est que l'échantillonneur-bloqueur utilisé doit avoir une bande passante adaptée à la valeur de la FI.

2.3.6. SUR-ECHANTILLONNAGE

Le sur-échantillonnage consiste à échantillonner le signal à une fréquence (notamment) supérieure à la fréquence minimale f_s , ce qui a pour effet de séparer les répliques du signal utile dans le spectre échantillonné.

Les avantages du sur-échantillonnage sont :

- simplifier la conception du filtre anti-repliements en autorisant une bande de transition large entre la fréquence maximale du signal f_{\max} et sa première réplique en $f_e - f_{\max}$.
- Réduire (quand il est bien choisi) les intermodulations générées par les imperfections de la quantification, en ramenant autant que possible les signaux indésirables en dehors de la bande utile après le repliement spectral.

Par exemple, les harmoniques 2 et 3 du signal HF occupent la bande 3-90 MHz. Un échantillonnage à 80 MHz (pour $f_s = 60$ MHz) permet la réjection numérique de la bande 30-50 MHz, mais réinjecte les harmoniques à 50-90 MHz dans la bande utile du signal échantillonné (-30 à +10 MHz). Un échantillonnage à 120 MHz permet la réjection numérique de la bande 30-90 MHz (vue comme les sous bandes -60..-30 MHz et 30..60 MHz) et donc d'éliminer les harmoniques et intermodulations hors bande mais qui pollueraient le signal après le repliement spectral.

- Augmenter le rapport signal à bruit avec un filtrage numérique en réduisant la fréquence d'échantillonnage de travail après quantification. En effet, le sur-échantillonnage étale le bruit de quantification sur une bande plus large que le signal utile. Le gain de traitement maximal est alors de :

$$G = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{f_e}{f_e'} \right) \text{ dB,}$$

où f_e' est la fréquence d'échantillonnage réduite (légèrement supérieure à f_s).

Par exemple, dans le cas de la numérisation pleine bande en HF ($f_s = 60$ MHz), une fréquence de sur-échantillonnage de 120 MHz permet de gagner près de 3 dB sur le SNR initial.

L'inconvénient majeur du sur-échantillonnage est la multiplication du débit des données numériques après la quantification.

2.3.7. FILTRE ANTI-REPLIEMENTS

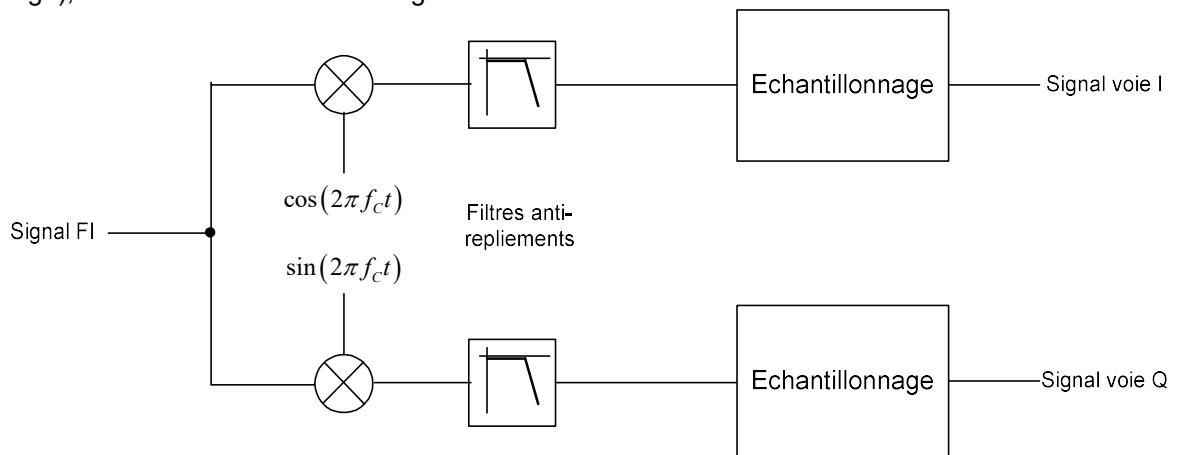
Pour éviter la pollution du signal numérisé par des signaux hors bande indésirables, un filtre analogique (anti-repliements ou anti-aliasing) est requis avant l'opération d'échantillonnage. Afin de permettre la réalisation d'un filtre efficace, on choisit en pratique une fréquence d'échantillonnage f_e supérieure d'au moins 25% à la fréquence de Shannon f_s .

Ce filtre anti-repliements doit avoir une réponse aussi faible que possible en dehors de la bande utile du signal d'entrée. Dans le cas de la numérisation (dans la première bande de Nyquist) d'un signal HF dans la bande 1-30 MHz, par exemple, la première fréquence qui se ramène dans le signal utile est $f_1 = f_e - 30$ MHz. Le filtre devra donc être spécifié pour une atténuation maximale aux fréquences supérieures à f_1 . Les fréquences situées dans la bande $[f_2; f_3]$ avec $f_2 = f_e + 30$ MHz et $f_3 = 2f_e - 30$ MHz (dans la deuxième bande de Nyquist) se replient en dehors de la bande utile : les contraintes du filtre peuvent y être relâchées. D'autres fréquences particulières (horloges internes au système, stations de radiodiffusion (bande FM), ...) peuvent le cas échéant demander une réjection plus forte. Idéalement, ce filtre devrait avoir une réponse plate en amplitude et linéaire en phase dans la bande utile. Dans le cas de la réception de stations HF en bande étroite (quelques kilohertz), on peut en général considérer ce filtre comme localement plat et de phase constante. L'utilisation de multiples récepteurs dans un réseau d'antennes impose par contre un tarage des différentes voies entre elles afin de compenser les décalages d'amplitude et de phase.

2.3.8. ECHANTILLONNAGE EN QUADRATURE

L'échantillonnage en quadrature peut être considéré comme une variante du sous-échantillonnage. Il consiste à multiplier le signal réel d'entrée en FI par deux sinusoides à la fréquence f_c mais déphasées de 90° , et

d'échantillonner les deux signaux après filtrage passe-bas. Cette technique permet d'obtenir un signal numérique complexe qui serait celui obtenu en bande de base après décalage du spectre de f_c (ou $-f_c$ suivant le signe du déphasage), en utilisant un échantillonnage en bande de base.



Les difficultés d'implémentation sont essentiellement l'équilibrage des deux voies en phase et amplitude, et la gestion du signal continu (DC-offset). En revanche, l'obtention du signal complexe permet l'utilisation d'une fréquence d'échantillonnage deux fois plus faible que pour l'échantillonnage directement en FI.

2.4. OSCILLATEURS ET BRUIT DE PHASE

2.4.1. DESCRIPTION

Un oscillateur parfait fournirait un signal sur une porteuse pure f_0 (et éventuellement ses harmoniques).

Un oscillateur réel est affecté de bruits internes se traduisant par une faible modulation de phase du signal. En examinant de près le spectre du signal autour de f_0 , on met en évidence ce bruit de phase (dit SSB, Single Side Band, car éventuellement différent des deux côtés de la porteuse) qui possède généralement une forme de ce type :

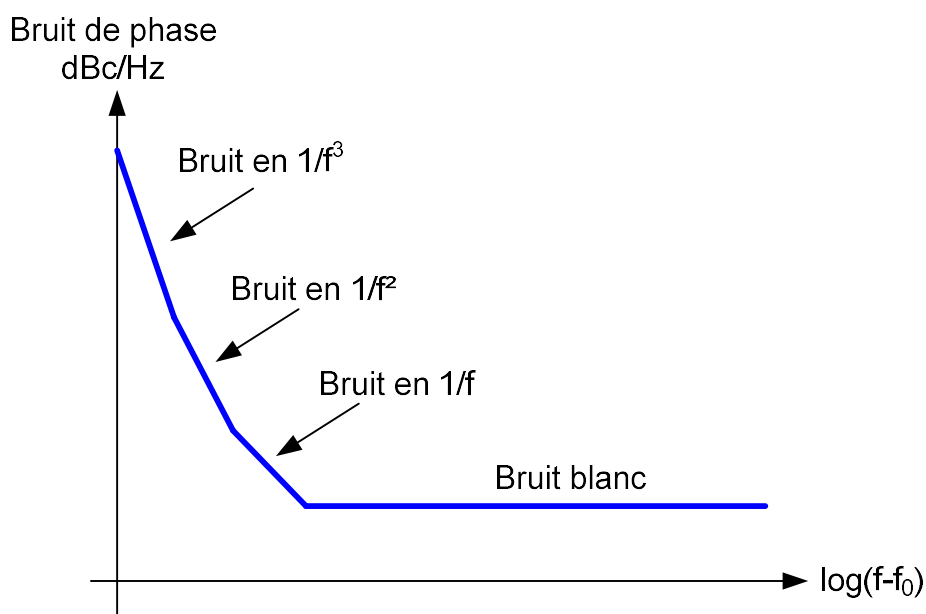


Figure 3 - Allure du bruit de phase d'un oscillateur

Le bruit de phase possède typiquement des composantes en $1/f$, $1/f^2$,... se superposant à un bruit large bande (bruit plancher).

La puissance du bruit de phase est conventionnellement donnée par rapport à l'amplitude du signal de sortie (mesuré en large bande), dans une bande passante de 1 Hz (en dBc/Hz).

Pour conserver les performances des oscillateurs à bas bruit de phase, des précautions d'utilisation particulière peuvent être nécessaires :

- alimentation constante et exempt de bruit
- impédance de charge constante (peut changer avec la fréquence pour les VCO)
- couplage avec des signaux externes (=> isolation, blindage)
- ...

2.4.2. MODELISATION

Le modèle de Leeson-Scherer (1979) donne une approximation de la densité de puissance du bruit de phase d'un oscillateur, selon l'écart δf à f_0 ; le bruit de phase est supposé symétrique par rapport à la porteuse (on a $\delta f > 0$) :

$$DSP_{\varphi}(\delta f) = F \frac{kT}{2P_0} \left[1 + \left(\frac{f_0}{2Q \cdot \delta f} \right)^2 \right] \left(1 + \frac{f_c}{\delta f} \right)$$

Avec :

F : facteur de bruit de l'amplificateur interne

kT : densité de puissance de bruit thermique (typ. -174 dBm/Hz)

P_0 : puissance de sortie

Q : facteur de qualité du résonateur interne (f_0 / bande passante du résonateur)

f_c : fréquence seuil pour le bruit en $1/f$ (flicker noise)

En dBc/Hz, on a :

$$DSP_{\varphi}(\delta f)_{dBc/Hz} \approx -177 - 10 \cdot \log_{10}(P_0 / F) + 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \left(\frac{f_0}{2Q \cdot \delta f} \right)^2 \right) + 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{f_c}{\delta f} \right)$$

Le bruit large bande (plancher) est indépendant de f_0 :

$$DSP_{\varphi}(\infty)_{dBc/Hz} \approx -177 - 10 \cdot \log_{10}(P_0) + 10 \cdot \log_{10}(F)$$

Pour obtenir un oscillateur à bas bruit de phase, on doit donc :

- maximaliser le facteur de qualité
- utiliser le résonateur avec des niveaux élevés
- utiliser des composants actifs à faible bruit
- utiliser des composants à faible bruit en $1/f$ (typiquement pour la génération des tensions continues)

D'après ce modèle, on déduit que deux oscillateurs de même qualité travaillant aux fréquences f_0 et f_0'

peuvent présenter un écart de bruit de phase atteignant $20 \cdot \log_{10} \left(\frac{f_0'}{f_0} \right)$ dB pour un même δf (dans la zone

en $1/f^2$) ou $10 \cdot \log_{10} \left(\frac{f_0'}{f_0} \right)$ (dans la zone en $1/f$).

Inversement, on peut comparer la qualité d'oscillateurs travaillant à des fréquences différentes en renormalisant leur bruit de phase à une fréquence de référence f_{ref} (1 GHz par exemple, en hyper-fréquences),

c'est-à-dire en retranchant un terme $10 \cdot \log_{10} \left(\frac{f_0}{f_{ref}} \right)$ de leurs caractéristiques de bruit de phase, en considérant que l'on s'intéresse plutôt à la zone du bruit en $1/f$.

On en déduit également que le bruit de phase d'un VCO est d'autant plus élevé que son domaine de fréquences de fonctionnement est étendu (le facteur de qualité est alors plus faible). Les meilleures performances en bruit de phase sont obtenues à partir d'oscillateurs à quartz, dont le facteur de qualité est très élevé.

2.4.3. GIGUE DE PHASE

Le bruit de phase d'un oscillateur est habituellement donné par la caractérisation du spectre du signal de sortie, autour de la fréquence de référence. Le fabricant fournit conventionnellement la puissance relative (par rapport au pic central) du signal de sortie dans une bande de 1 Hz (dBc/Hz) à une certaine distance du pic central (10, 100, 1000, 10000 Hz par exemple).

Dans le domaine numérique, la notion de gigue de phase (incertitude temporelle Δt due au bruit de phase) est souvent utilisée comme raccourci pour juger de la qualité d'une horloge. Elle s'obtient en intégrant la densité spectrale de puissance du bruit de phase sur la bande passante des circuits d'horloge. On ne considère donc souvent que le bruit de phase large bande (gigue de phase cycle à cycle). La gigue de phase dans une bande B d'un oscillateur de fréquence f_0 présentant une densité de bruit de phase large bande dsp_∞ (dBc/Hz), est alors :

$$\text{en radians : } \Delta\phi = \sqrt{B \cdot 10^{10} \cdot dsp_\infty},$$

$$\text{soit en secondes : } \Delta t = \frac{\Delta\phi}{2\pi f_0} = \frac{\sqrt{B \cdot 10^{10} \cdot dsp_\infty}}{2\pi f_0}.$$

$$\text{En choisissant typiquement } B = 4f_0, \text{ on a : } \Delta t = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{10^{10} \cdot dsp_\infty}{f_0}}.$$

Par exemple, un oscillateur à quartz ayant une densité spectrale de bruit de phase de $-150 \text{ dB}_{c/\text{Hz}}$ pour une fréquence f_0 de 100 MHz génère une gigue de phase de 1 ps rms.

$$\text{Inversement, on a : } dsp_\infty = 20 \cdot \log_{10}(2\pi f_0 \Delta t) - 10 \cdot \log_{10}(B)$$

$$\text{Avec } B = 4f_0 : dsp_\infty = 20 \cdot \log_{10}(\pi \Delta t) + 10 \cdot \log_{10}(f_0) \approx 10 + 20 \cdot \log_{10}(\Delta t) + 10 \cdot \log_{10}(f_0)$$

Une gigue de phase de 0.1 ps rms nécessiterait un oscillateur possédant une densité spectrale de bruit de phase inférieure à $-170 \text{ dB}_{c/\text{Hz}}$.

Pour une application « plus analogique », la gigue de phase s'apprécie dans une bande relativement faible autour de f_0 : elle est obtenue en intégrant le bruit de phase dans une bande de référence faisant intervenir le bruit basse fréquence et de largeur nettement supérieure à la bande passante de la PLL. On utilise par exemple la bande 1 kHz...20 MHz pour une PLL intégrée (de bande passante typique de 100 kHz). La donnée de la gigue de phase permet une comparaison rapide des performances des PLL.

3. CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMERIQUE (CAN)

Un convertisseur analogique-numérique (CAN ou ADC pour Analog Digital Converter) est l'association d'un échantillonneur-bloqueur et d'un quantifieur, qui code typiquement le signal échantillonné sur un nombre N de bits pour fournir un entier dans $\{-2^{N-1}; 2^{N-1} - 1\}$ représentant l'amplitude instantanée du signal.

La conception d'un système de réception numérique dépend principalement du choix du ou des convertisseurs A/N qui en constituent le cœur. Ces composants sont les principaux éléments limitant les performances en bruit et en linéarité du récepteur (bien que les performances de certains convertisseurs actuels contraignent fortement les autres composants, notamment les éventuels amplificateurs en tête). On ne s'intéresse ici qu'aux convertisseurs intégrés, permettant une compacité et un coût raisonnables.

3.1. CARACTERISATION DES CAN

Tous les convertisseurs A/N utilisables pour une réception large bande effectuent une quantification à pas constant, avec une sortie binaire sur N bits.

On suppose une fréquence d'échantillonnage constante f_e .

Un signal pleine échelle est considéré comme une sinusoïde d'amplitude 2^{N-1} en sortie numérique.

Le bruit de quantification, supposé blanc et uniforme, limite le rapport signal à bruit dans la bande réelle $\frac{f_e}{2}$ à

$$SNR_{\max} (dB) \approx 1.76 + 6.02N.$$

Ramené par unité de fréquence et à la pleine échelle du CAN, le rapport signal à bruit ultime du convertisseur A/N vaut donc : $SNR_{\max} (dBc / Hz) \approx -1.76 - 6.02N - 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{f_e}{2} \right)$.

Outre ce bruit ultime, les convertisseurs A/N réels présentent un certain nombre de défauts qui génèrent du bruit supplémentaire et des intermodulations. Ces défauts sont parfois minimisés pour une utilisation particulière. On trouve ainsi des convertisseurs conçus pour une utilisation optimale sur une fréquence intermédiaire (70 MHz par exemple), ou dont la mise en œuvre dépend de la bande d'utilisation. Les performances des CANs se dégradent généralement avec l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage ou celle du signal d'entrée.

Les raies parasites (« spurious signals ») générées par le CAN constituent la principale limitation des circuits actuels. Elles sont engendrées par les non-linéarités dans le processus de conversion (traditionnellement caractérisées par la non-linéarité différentielle DNL, la non-linéarité intégrale INL), des limitations de temps de montée (dans l'échantillonneur bloqueur d'entrée).

Il existe plusieurs paramètres standardisés qui permettent de quantifier les défauts d'un CAN et de les comparer. On garde ici les dénominations en langue anglaise.

Le terme LSB (Least Significant Bit) se réfère à l'incrément de la sortie (1 pour une sortie considérée comme un nombre entier), il correspond à un pas de quantification.

3.1.1. DC-OFFSET

Le DC-offset est le décalage à l'origine de la caractéristique du CAN : une tension nulle peut être encodée par une valeur non nulle. Les amplificateurs précédant le CAN possèdent également un décalage propre. Au niveau du signal numérique, cette constante additive est facilement éliminée dans le cas où le continu n'entre pas dans la bande passante du signal utile.

3.1.2. SNR

Le SNR (Signal To Noise Ratio) caractérise le rapport signal à bruit d'un CAN, c'est-à-dire la puissance d'un signal pleine échelle rapportée à la puissance totale de bruit produit par le CAN.

Le CAN idéal ne génère que du bruit de quantification, son SNR vaut donc $SNR_{\max} (dB) \approx 1.76 + 6.02N$.

3.1.3. ENOB

L'ENOB (Effective Number Of Bits) est le nombre de bits effectifs caractérisant la dynamique de mesure d'un CAN. Pour un CAN idéal, la dynamique n'est limitée que par le bruit de quantification. On a :

$$ENOB \approx \frac{SNR(dB) - 1.76}{6.02}$$

3.1.4. SINAD

Le SINAD (Signal to Interference, Noise And Distortion) est le rapport signal à (bruit + distorsion), c'est-à-dire le rapport entre la puissance du signal et la puissance de tous les signaux indésirables.

Pour un convertisseur A/N idéal, il est égal au SNR, soit $1.76 + 6.02N$ dB. Pour un convertisseur réel, il est toujours supérieur au SNR en raison de l'apparition des non-linéarités. Sa valeur varie donc avec le contenu du signal injecté, aussi le SINAD est généralement donné en utilisant une porteuse pure comme signal d'entrée.

L'ENOB peut être redéfini à partir du SINAD :

$$ENOB_{\text{réel}} \approx \frac{SINAD(dB) - 1.76}{6.02}$$

3.1.5. SPURIOUS-FREE DYNAMIC RANGE (SFDR)

Le SFDR (Spurious Free Dynamic Range) est défini comme le rapport entre la puissance d'un signal sinusoïdal d'entrée et la puissance du plus fort signal parasite généré par le CAN, mesurée par FFT. Ce signal parasite est généralement un harmonique du signal d'entrée, éventuellement après un repliement de spectre. Le SFDR est exprimé en dBc, il caractérise la capacité du convertisseur à détecter un signal faible en présence d'une émission forte. On peut donc considérer le SFDR comme la dynamique instantanée (minimale) du convertisseur. Le SFDR se dégrade avec l'augmentation du niveau d'entrée. A très faible niveau, le bruit de quantification peut être, sauf précautions particulières (blanchiment), corrélé au signal et ainsi faire apparaître des raies parasites fortes au regard de la puissance du signal utile, dégradant le SFDR. Une saturation du convertisseur constitue une forte non-linéarité qui engendre une forte remontée des raies parasites.

En pratique, on évite d'utiliser un convertisseur sur le niveau maximal d'entrée (on reste quelque dB en-dessous) pour éviter les risques de saturation du convertisseur, inévitables dans le cas d'un signal radio large bande qui connaît des fluctuations d'amplitude permanentes.

3.1.6. INL

L'INL (Integral Non-Linearity) est la non-linéarité intégrale, c'est-à-dire l'écart par rapport à une ligne droite de la caractéristique entrée-sortie du CAN. L'analyse de cette courbe (établie en statique) permet de calculer la distorsion apportée par le CAN. Cet écart est très faible dans les CAN actuels, qui intègrent des systèmes de correction numérique (post-distorsion) permettant de linéariser la réponse finale du CAN. Hors correction, l'INL est principalement générée par la non-linéarité des étages d'entrée (amplificateur, échantillonneur bloqueur).

L'exemple ci-dessous montre les courbes d'INL tracées (en LSB) pour l'AD9225 (12 bits, 25 MHz d'Analog Devices, 1998) et pour le LTC2208 (16 bits, 120 MHz de Linear Technology, 2006).

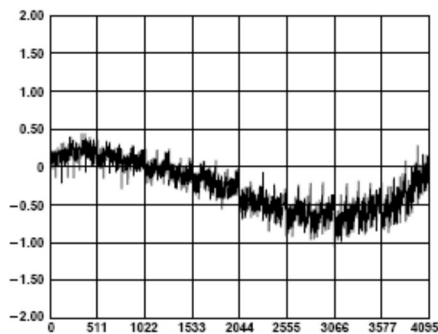


Figure 4 - Courbe d'INL pour AD9225

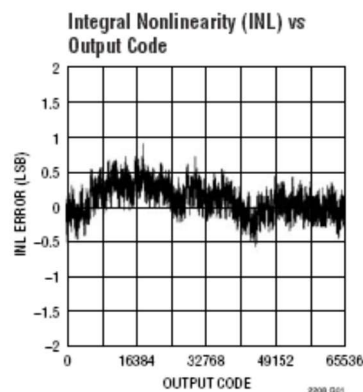


Figure 5 - Courbe d'INL pour le LTC2208

3.1.7. DNL

La DNL (Differential Non-Linearity) est la non-linéarité différentielle, c'est-à-dire l'écart entre les transitions réelles et le pas de quantification. Elle met en évidence les éventuels codes manquants ou « trous » dans la réponse du CAN.

La DNL est due aux imperfections du quantifieur et est à la source de non-linéarités qui dépendent non seulement de l'amplitude du signal mais aussi du point de fonctionnement.

L'exemple ci-dessous montre la DNL pour l'AD9225 (12 bits, 25 MHz d'Analog Devices), un CAN relativement ancien (1998) : elle est plus forte pour les codes de valeur élevée, qui correspondent aux valeurs maximales (positives) du signal. Les non-linéarités dues à la DNL seront donc plus fortes lors de l'excursion du signal à cet endroit.

Pour comparaison, la courbe du LTC2208 montre la réduction de cette erreur avec l'amélioration des techniques.

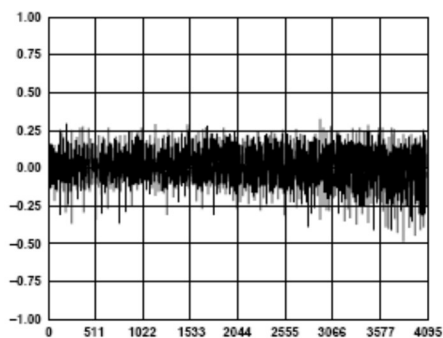


Figure 6 - Courbe de DNL pour AD9225

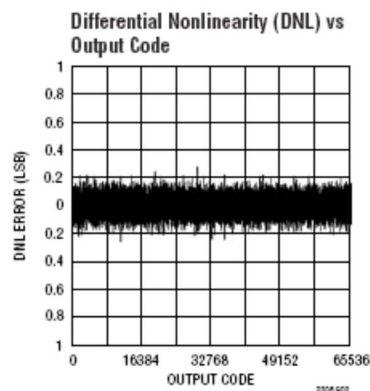


Figure 7 - Courbe de DNL pour LTC2208

3.1.8. APERTURE TIME, APERTURE JITTER

L'« aperture time » est le temps d'ouverture de l'échantillonneur bloqueur, pendant lequel il intègre le signal d'entrée.

L'« aperture jitter » est l'incertitude sur l'instant d'ouverture de l'échantillonneur bloqueur, par rapport à l'instant d'échantillonnage fixé par l'horloge d'entrée. Elle est équivalente à une gigue de phase supplémentaire introduite par le CAN sur l'horloge d'échantillonnage, on l'exprime en picosecondes efficaces (ps rms).

On définit également l'« aperture delay time », qui est le retard de l'instant d'ouverture réel de l'échantillonneur bloqueur par rapport à l'horloge d'échantillonnage. Ce paramètre n'introduit pas d'erreur en soi (seulement un retard), il peut cependant être gênant dans le cas où plusieurs voies doivent être synchronisées finement.

3.1.9. OVERVOLTAGE RECOVERY TIME

L'« overvoltage recovery time » est le temps nécessaire au CAN pour « se remettre » d'une tension d'entrée dépassant sa plage de mesure et fournir un mot de sortie conforme aux spécifications. En fonction de l'architecture du CAN, l'erreur produite par cet écrêtage peut se propager sur plusieurs échantillons.

Dans tous les cas, une protection externe de l'entrée du CAN (limitation) doit être prévue afin d'éviter l'endommagement. Cette protection doit être adaptée aux performances du CAN, car elle peut en altérer la réponse (ajout de capacités parasites, non-linéarités supplémentaires).

3.1.10. DIVERS

Des sources d'erreurs plus « exotiques » sont rarement prises en compte car plus improbables, comme des codes de sortie faux en raison de pics de bruit dans le quantifieur, ou encore de métastabilités dans les circuits logiques. Ces erreurs sont assimilables à du bruit impulsionnel sur le signal numérique, elles dépendent de l'architecture et de la conception du CAN.

3.2. ARCHITECTURES DES CONVERTISSEURS A/N

Grâce notamment à la demande en radiotéléphonie, beaucoup d'énergie a été dépensée depuis la fin des années 1980 pour l'amélioration (entre autres) des convertisseurs A/N. Leurs performances s'améliorent continuellement, aussi bien en consommation et résolution qu'en vitesse ou en taille. Dans le domaine des CANs rapides, on ne trouve guère que trois architectures qui sont brièvement décrites ci-après.

Les convertisseurs A/N convenant à la numérisation de la bande HF complète (ou en quelques sous-bandes) sont actuellement tous du type « pipelined », qui permettent des fréquences d'échantillonnage élevées avec des résolutions importantes.

3.2.1. LES CONVERTISSEURS PARALLELES OU « FLASH »

Le principe du convertisseur parallèle ou flash est le premier à avoir été utilisé. Il consiste en une batterie de 2^N comparateurs, chacun comparant le signal d'entrée à un des 2^N seuils. Les 2^N sorties numériques sont ensuite encodées pour former un mot de N bits, qui représente par exemple le numéro du dernier comparateur indiquant que le signal est supérieur à sa référence. Pour une échelle linéaire, la succession des 2^N niveaux de référence (multiples du pas de quantification) est générée à partir d'une succession de résistances identiques.

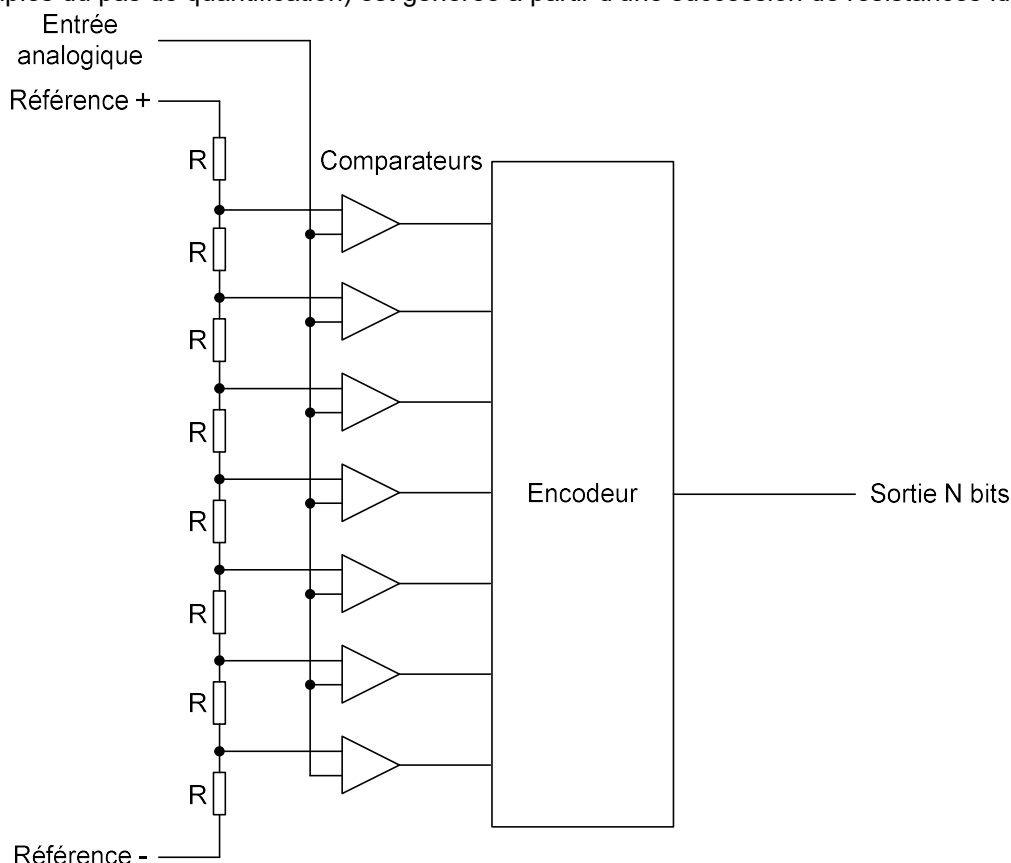


Figure 8 - Architecture d'un CAN de type flash

Les principaux avantages de cette architecture sont sa simplicité et sa rapidité. Son défaut majeur est le fait que sa taille, sa consommation et sa complexité croissent en 2^N . Par ailleurs, les imperfections des comparateurs (tension de décalage, courant de fuite, capacité d'entrée) deviennent gênantes quand leur nombre augmente ou le pas de quantification diminue. De fait, ce type de convertisseurs est utilisé pour les applications à basse résolution (10 bits maximum) et à très haute vitesse.

3.2.2. LES CONVERTISSEURS A ETAGES MULTIPLES OU « PIPELINED »

La conversion à étages multiples peuvent être considérée comme une amélioration de la conversion parallèle. C'est actuellement la technique qui permet d'obtenir les CAN les mieux adaptés à la numérisation de la bande HF, avec des résolutions atteignant 16 bits pour des fréquences d'échantillonnage supérieures à 100 MHz.

Leur principe est d'utiliser P étages similaires en cascade, chacun convertissant le signal entrant sur un petit nombre de bits et fournissant à l'étage suivant le signal résiduel, après amplification (voir le schéma ci-dessous).

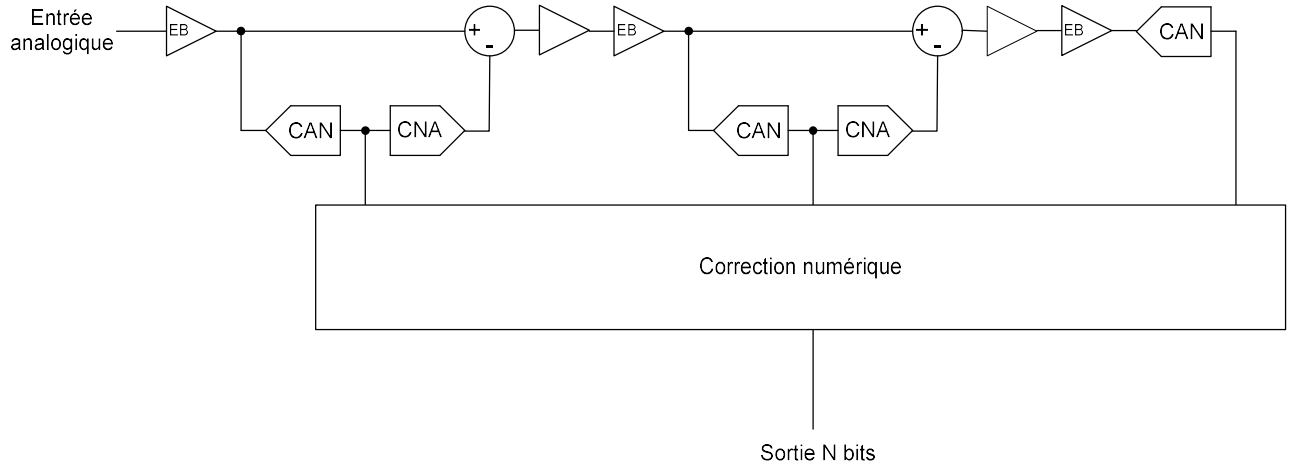


Figure 9 - Architecture d'un CAN à étages multiples

Chaque étage est composé d'un convertisseur flash performant mais de faible résolution, couplé à un convertisseur numérique-analogique qui permet de soustraire la valeur estimée au signal entrant. Le signal d'erreur ainsi formé est amplifié avant d'être fourni à l'étage suivant. Un échantillonneur bloqueur est nécessaire à l'entrée de chaque étage pour figer le signal analogique avant traitement. Par principe, le mot de sortie n'est donc pas disponible avant au moins P périodes d'échantillonnage. Ce retard peut être gênant dans certaines applications.

Les sorties des CAN flash des différents étages ne sont pas simplement concaténées pour former le mot de sortie final : un bloc de correction numérique est nécessaire.

Cette architecture est plus efficace en termes de coût et de consommation que la structure flash, mais nécessite cependant des convertisseurs élémentaires (du moins dans le premier étage) de faible résolution mais ayant une précision équivalente à celle demandée pour la sortie finale (16 bits actuellement).

3.2.3. LES CONVERTISSEURS SIGMA-DELTA

Les convertisseurs sigma-delta sont utilisés essentiellement, dans le domaine radio, pour la conversion A/N en FI bande étroite.

Ces CAN sont basés sur la structure de base suivante (convertisseur du premier ordre) :

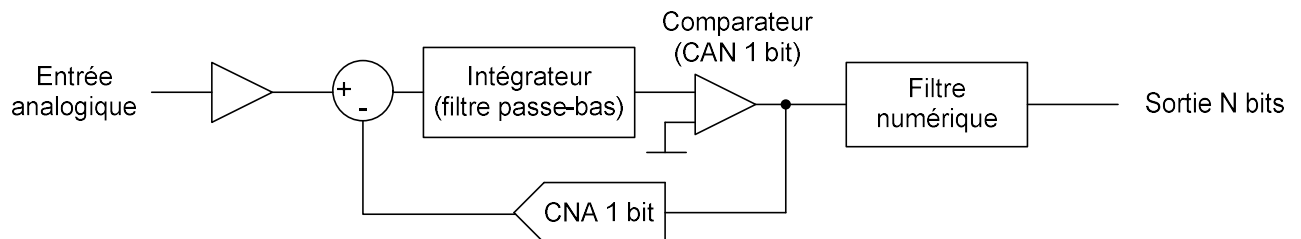


Figure 10 - Architecture d'un CAN sigma-delta

Elle est constituée d'un intégrateur (filtre analogique passe-bas), d'un comparateur, d'un convertisseur numérique-analogique 1 bit et d'un filtre numérique décimateur.

Son principe de fonctionnement repose sur un très fort sur-échantillonnage, qui permet, par filtrage numérique, d'améliorer le SNR d'un convertisseur de basse résolution. Cette amélioration permet en effet d'obtenir un ENOB effectif supérieur, d'après la relation :

$$ENOB_{\max} \text{ (dB)} \approx \frac{SNR_{\max} \text{ (dB)} - 1.76}{6.02}.$$

L'utilisation d'un CAN 1 bit et d'un filtre numérique ne permettent cependant pas d'obtenir un système réalisable. En considérant un bruit de quantification blanc, indépendant du signal d'entrée, le quadruplement de la fréquence d'échantillonnage permet d'en diviser la densité spectrale d'un facteur 4, et donc de gagner 1 bit sur la résolution. Même en faisant abstraction du fait qu'utiliser un CAN 1 bit suppose l'addition en entrée d'un bruit important (pleine échelle) pour « blanchir » le bruit de quantification, l'obtention d'un CAN de 12 bits de résolution nécessiterait un sur-échantillonnage peu réalisable de l'ordre de $4 \cdot 10^6$.

Le fonctionnement du convertisseur sigma-delta repose en fait sur l'ajout de l'intégrateur et de la contre-réaction pour réduire ce bruit. La boucle constitue un modulateur delta-sigma, dont on peut modéliser le fonctionnement (linéarisé) par :

Soient $y(t)$ la sortie du CAN 1 bit, $x(t)$ l'entrée du modulateur, $e(t)$ l'erreur de quantification. La boucle est normalisée pour que la sortie du CNA 1 bit soit égale à l'entrée du CAN 1 bit diminuée de l'erreur de quantification. On a :

$$\int [x(t) - y(t)] dt = y(t) - e(t)$$

Ramenée dans le domaine fréquentiel, cette expression s'écrit :

$$\left[X(s) - Y(s) \right] \frac{1}{s} = Y(s) - E(s), \quad \frac{1}{s} \text{ étant la réponse en fréquence de l'intégrateur}$$

ou encore :
$$Y(s) = \frac{1}{s+1} X(s) + \frac{s}{s+1} E(s)$$

Aux basses fréquences (s petit devant 1), la sortie est donc essentiellement constituée du signal utile, le bruit de quantification étant dominant aux hautes fréquences. Le modulateur delta-sigma effectue donc une réjection du bruit de quantification dans la bande basse, tout en l'étalant dans la bande haute.

Le filtre numérique suivant le modulateur effectue à la fois le filtrage passe-bas et la décimation (sous-échantillonnage) permettant de reconstruire le signal en bande de base avec une fréquence d'échantillonnage pouvant être très proche de la fréquence de Shannon.

On peut cascader plusieurs modulateurs delta-sigma du premier ordre pour obtenir des modulateurs d'ordre supérieur et des réjections encore meilleures du bruit de quantification, ce qui permet d'obtenir un gain en résolution encore plus élevé. Cependant, les modulateurs d'ordre supérieur peuvent devenir instables, et leur conception doit être soignée.

L'intégrateur est constitué en pratique d'un filtre passe-bas, dont la fréquence de coupure est adaptée au signal d'intérêt. En substituant à ce filtre passe-bas un filtre passe-bande (et en transformant le filtre numérique passe-bas en passe-bande), on obtient un convertisseur sigma-delta permettant d'effectuer directement la conversion d'un signal bande étroite en fréquence intermédiaire. On peut aussi imaginer leur utilisation directement sur le signal RF, pour la numérisation directe d'une bande large en VHF-UHF, par exemple.

De part leur principe de fonctionnement certaines des caractéristiques des CAN « classiques » ne se pas applicables. L'INL et la DNL, notamment, n'ont pas de signification.

Les avantages de ces convertisseurs sont notamment :

- La réduction des contraintes sur le filtre anti-repliements, en raison du sur-échantillonnage
- L'utilisation d'un CAN 1 bit dans le modulateur sigma-delta permet d'obtenir une très grande linéarité.
- Une forte capacité d'intégration (et un faible coût)

Leurs inconvénients sont notamment :

- Leur principe de fonctionnement restreint l'emploi de ces convertisseurs à des signaux continus, pour un échantillonnage à cadence constante (il ne peuvent pas être employés pour numériser plusieurs signaux par multiplexage).
- Le retard entre l'entrée et la sortie numérique peut être important (il est essentiellement imposé par le filtre numérique).

Les performances des convertisseurs sigma-delta s'améliorent régulièrement, mais elles sont encore insuffisantes pour une utilisation en HF. Les CAN actuels présentent une bande passante de l'ordre de 1 MHz pour une résolution de 16 bits.

3.3. CHOIX DE LA FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE

La fréquence d'échantillonnage d'un CAN doit être choisie en tenant compte bien sûr de la bande passante du signal utile, mais aussi :

- des fréquences des différentes horloges utilisées dans le système. Ces signaux (et leurs harmoniques) parviennent à l'entrée du CAN par rayonnement ou conduction et peuvent engendrer des raies parasites dans le signal numérique de sortie, éventuellement après repliement spectral, et ainsi générer des canaux bouchés. Une fréquence d'échantillonnage bien choisie peut ramener ces signaux parasites en dehors de la bande utile.
- des fréquences des harmoniques et intermodulations générées à partir du signal utile par l'éventuel amplificateur précédent le CAN, ou par les étages d'entrée du CAN lui-même.
- de la consommation électrique, du prix,... qui ont tendance à augmenter avec la fréquence d'échantillonnage.

Hormis ces contraintes, la fréquence d'échantillonnage d'un CAN devrait être choisie la plus élevée possible afin de :

- simplifier le filtre anti-repliements
- éviter le repliement spectral des intermodulations initialement hors bande
- permettre l'amélioration du rapport signal à bruit dans la bande utile par étalement du bruit de quantification

3.4. BRUIT DE PHASE SUR L'HORLOGE D'ECHANTILLONNAGE

Le bruit de phase de l'horloge d'échantillonnage est celui de l'horloge d'origine, augmenté du bruit de phase ajouté par le système de distribution d'horloge ; des raies parasites peuvent également être captées et ajoutées. Un filtrage passe-bande de l'horloge d'échantillonnage permet de réduire le bruit de phase plancher dû au système de distribution (dans la limite du bruit thermique : c'est pourquoi les oscillateurs de bonne pureté génèrent un signal relativement fort).

Dans le cas où l'horloge d'échantillonnage doit être asservie sur une référence externe, la nécessité d'un très faible bruit de phase (meilleur que 0.2 ps rms) oriente vers l'utilisation d'une boucle à verrouillage de phase utilisant un oscillateur à quartz commandé en fréquence (VCXO voire OCXO, oscillateur à quartz thermostaté avec réglage de fréquence), qui autorise un bruit plus faible qu'un simple VCO.

Un générateur d'horloge rapide (de l'ordre d'au moins 100 MHz) réel, qui plus est asservi à une horloge de référence externe, est constitué d'une boucle à verrouillage de phase intégrant un oscillateur commandé en fréquence. Cette boucle compare la phase de l'horloge de référence et celle de son oscillateur interne, génère un signal d'erreur et l'intègre pour corriger la commande de l'oscillateur. Ce signal de commande engendre une petite modulation de fréquence : au premier ordre, le spectre du signal de commande est "accroché" sur la fréquence générée. Une composante périodique dans cette commande génère une raie parasite, qui peut éventuellement émerger du bruit de phase naturel de l'oscillateur. Une telle perturbation est généralement due à la fréquence de comparaison de la PLL et à ses harmoniques, mais elle peut aussi être conduite par l'alimentation de l'oscillateur, induite par un autre oscillateur,...

Les oscillateurs à quartz opérant par multiplication de fréquence utilisent les harmoniques d'un quartz travaillant sur une fréquence fondamentale typiquement 3, 5, 7,... fois plus basse que le signal de sortie. Outre la fréquence recherchée, ces oscillateurs génèrent donc aussi des raies sous-harmoniques qui se mélangent aussi avec le signal d'entrée au niveau du CAN, dégradant le SFDR. Les fréquences maximales atteignables actuellement avec des oscillateurs à quartz (sans post-multiplication) sont de l'ordre de 150 MHz.

Ces raies parasites augmentent le bruit de phase de l'horloge d'échantillonnage, mais surtout se mélangent avec le signal d'entrée et en créent des répliques décalées en fréquence. Le niveau de ces raies parasites devrait donc être suffisamment faible par rapport au signal d'horloge principal, au moins de l'ordre du SFDR requis. Alternativement, leur fréquence devrait être telle que le signal induit soit hors bande utile (y compris dans les bandes images, ce qui n'est guère envisageable que dans le cas d'une numérisation en FI avec une bande utile relativement faible).

3.5. MISE EN OEUVRE DES CAN RAPIDES

3.5.1. ERREUR D'OUVERTURE (APERTURE ERROR)

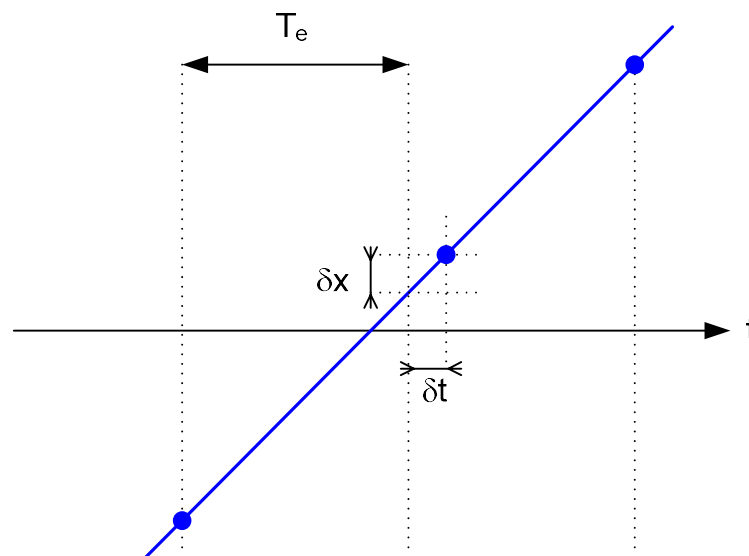
L'erreur d'ouverture (*aperture error*) reflète les imperfections de l'échantillonneur bloqueur d'entrée. L'échantillonneur-bloqueur idéal copie la valeur instantanée du signal entrant et la conserve pendant la durée de la conversion. L'échantillonneur bloqueur réel doit en revanche ouvrir une porte permettant de charger un condensateur, puis la refermer après la charge de ce condensateur. Le temps de charge constitue une fenêtre d'intégration du signal : on ne mesure pas le signal à un instant précis, mais le signal convolué par la fenêtre d'ouverture. Ceci constitue un filtrage passe-bas, et le résultat de la conversion est entaché d'une incertitude qui augmente avec la fréquence du signal d'entrée.

Cette erreur présente les mêmes caractéristiques qu'une limitation du temps de montée dans la chaîne d'amplification, et reste généralement faible par rapport à celle-ci.

3.5.2. EFFET DE LA GIGUE DE PHASE DE L'HORLOGE D'ECHANTILLONNAGE

Actuellement, le principal facteur de dégradation du SNR des CAN rapides à haute résolution (16 bits) est la gigue de phase (ou jitter) de l'horloge d'échantillonnage.

Cet effet traduit une variation δt sur l'instant d'échantillonnage en une incertitude de mesure δx d'autant plus grande que le temps de montée du signal d'entrée est court.



On suppose un signal d'entrée sinusoïdal pleine échelle de fréquence f , s'écrivant $x(t) = A \sin(2\pi ft)$, avec $A = q2^{N-1}$ où q est le pas de quantification et N le nombre de bits du CAN. L'incertitude de mesure peut atteindre $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{\max} \delta t$, soit $2\pi f \delta t A$,

En supposant la distribution de δt gaussienne, avec un écart-type Δt , la puissance moyenne de l'erreur générée sur ce signal sinusoïdal s'écrit :

$$\Delta x^2 = \frac{1}{\Delta t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2\Delta t^2}} \frac{1}{T} \int_0^T \left[u \frac{dx}{dt}(u+t) \right]^2 dt du \text{ avec } T = \frac{1}{f}$$

$$\text{soit } \Delta x^2 = \frac{(2\pi f A)^2}{\Delta t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2\Delta t^2}} \frac{u^2}{T} \int_0^T \cos^2(2\pi f(u+t)) dt du$$

$$\Delta x^2 = \frac{(2\pi fA)^2}{\Delta t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2\Delta t^2}} \frac{u^2}{T} \int_0^T \cos(2\pi ft)^2 dt du = \frac{(2\pi fA)^2}{\Delta t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2\Delta t^2}} \frac{u^2}{2} du$$

soit enfin $\Delta x^2 = \frac{(2\pi fA\Delta t)^2}{2}$ ou :

$$\Delta x = 2\pi f\Delta t \frac{A}{\sqrt{2}}$$

Le bruit dû à la gigue de phase est proportionnel à la fréquence et à l'amplitude du signal.

Le SNR associé à cette erreur s'écrit :

$$SNR = -10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\Delta x^2}{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \right) = -10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\frac{(2\pi fA\Delta t)^2}{2}}{\frac{A^2}{2}} \right)$$

soit

$$SNR = -20 \cdot \log_{10} (2\pi f\Delta t)$$

Autrement dit, une gigue de phase d'écart-type Δt sur l'horloge d'échantillonnage peut limiter le SNR à $-20 \cdot \log_{10} (2\pi f_{\max} \Delta t)$, où f_{\max} est la fréquence maximale du signal numérisé.

La gigue de phase étant d'autant plus gênante que la fréquence du signal d'entrée est élevée, elle est particulièrement ressentie dans le cadre d'un sous-échantillonnage, ou avec une FI élevée.

Pour un convertisseur de N bits dont le SNR maximal théorique est $SNR_{\max} (dB) \approx 1.76 + 6.02N$, le bruit dû à la gigue de phase Δt_q est équivalent au bruit ultime de quantification si :

$$1.76 + 6.02N = -20 \cdot \log_{10} (2\pi f_{\max} \Delta t_q), \text{ soit}$$

$$\Delta t_q = \frac{10^{\frac{1.76+6.02N}{20}}}{2\pi f_{\max}} \text{ ou encore } \Delta t_q \approx 2^{-N} \frac{0.19}{f_{\max}}$$

Dans le cas d'un signal en FI ($f_{\max} \approx 70$ MHz), on a :

12 bits : $\Delta t_q = 0.66$ ps rms

14 bits : $\Delta t_q = 0.16$ ps rms

16 bits : $\Delta t_q = 0.04$ ps rms

Dans le cas d'un signal HF ($f_{\max} \approx 30$ MHz), on a :

12 bits : $\Delta t_q = 1.5$ ps rms

14 bits : $\Delta t_q = 0.4$ ps rms

16 bits : $\Delta t_q = 0.1$ ps rms

Pour un convertisseur réel de SNR donné, le bruit dû à la gigue de phase Δt ne le dégrade pas de plus de 1 dB s'il en est inférieur d'au moins 6 dB, c'est-à-dire :

$$-20 \cdot \log_{10} (2\pi f_{\max} \Delta t) > SNR + 6, \text{ soit}$$

$$\Delta t < \frac{10^{\frac{SNR+6}{20}}}{2\pi f_{\max}} \text{ ou encore : } \Delta t < 0.08 \frac{10^{\frac{SNR}{20}}}{f_{\max}}$$

Dans le cas d'un signal en FI ($f_{\max} \approx 70$ MHz), cette contrainte devient :

$$SNR_{CAN} = 60 \text{ dB} : \Delta t < 1.14 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 70 \text{ dB} : \Delta t < 0.35 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 80 \text{ dB} : \Delta t < 0.11 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 90 \text{ dB} : \Delta t < 0.03 \text{ ps rms}$$

Dans le cas d'un signal en HF ($f_{\max} \approx 30$ MHz), cette contrainte devient :

$$SNR_{CAN} = 60 \text{ dB} : \Delta t < 2.5 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 70 \text{ dB} : \Delta t < 0.85 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 80 \text{ dB} : \Delta t < 0.25 \text{ ps rms}$$

$$SNR_{CAN} = 90 \text{ dB} : \Delta t < 0.08 \text{ ps rms}$$

A la gigue de phase propre à l'oscillateur générant la fréquence d'échantillonnage s'ajoute celle des éventuels circuits de distribution, qui commutent eux aussi avec une certaine incertitude. Cette incertitude est minimisée en choisissant des circuits rapides, de préférence en mode différentiel (ECL,...) pour limiter le parasitage par mode commun. Cette distribution peut être nécessaire afin de synchroniser le convertisseur A/N et les circuits de traitement numérique qui le suivent. Cependant les CAN actuels fournissent souvent une horloge de sortie, autorisant la connexion de l'oscillateur sur le seul convertisseur A/N. Les circuits numériques peuvent ensuite se contenter de l'horloge de sortie du convertisseur, dont le bruit de phase importe peu.

Sachant que les circuits de distribution d'horloge ECL affichent une gigue de phase propre typique de l'ordre de 0.2 ps rms (voire 0.1 ps rms pour des circuits SiGe), distribuer un signal d'horloge ayant au niveau du CAN une gigue de phase globale inférieure à 0.1 ps rms est difficile. Une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de 100 MHz limite donc en pratique la numérisation à un SNR de l'ordre de 80 dB.

En règle générale, pour la numérisation de signaux rapides, l'entrée d'horloge des CAN est différentielle, afin de diminuer le bruit en mode commun. L'utilisation d'oscillateurs avec une sortie sinusoïdale implique donc une conversion vers un signal carré par le convertisseur A/N (ou un circuit amont si nécessaire).

Cette conversion peut se faire par un comparateur qui change d'état quand son entrée change de signe. L'entrée du comparateur est entachée d'un bruit (au minimum le bruit thermique) qui fait fluctuer l'instant de commutation.

On peut estimer cette gigue de phase en reprenant le même raisonnement que précédemment, selon :

Δx est dû au bruit thermique : $\Delta x^2 = 4kT_0BR$, avec $R = 50\Omega$ et $B = 1$ GHz (bande passante minimale d'un circuit ECL). On calcule : $\Delta x \approx 28\mu\text{V}$

$$\text{On a : } \Delta x = 2\pi f \Delta t \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ d'où } \Delta t = \frac{\Delta x}{2\pi f \frac{A}{\sqrt{2}}} = \frac{\Delta x}{2\pi f A_{rms}}$$

Avec une amplitude du signal sinusoïdal de l'ordre de 0.5 Vrms (+7 dBm), une fréquence de 100 MHz, on calcule: $\Delta t \approx 0.09$ ps rms. Il faut ajouter à cela la gigue de phase propre du comparateur, qui dégrade encore cette valeur.

L'utilisation d'un transformateur (balun), éventuellement suivi de diodes écrêttrices, permet également d'assurer cette fonction de conversion, avec un bruit moindre. La distribution d'horloge, qui devient analogique, permet d'obtenir des giges de phase minimales, limitées par les performances du CAN. Les contraintes se reportent sur la qualité du signal analogique (limitation dues au bruit, interférences), et sur une plus grande difficulté à synchroniser précisément les instants d'échantillonnage de plusieurs CAN, quand cela est nécessaire.

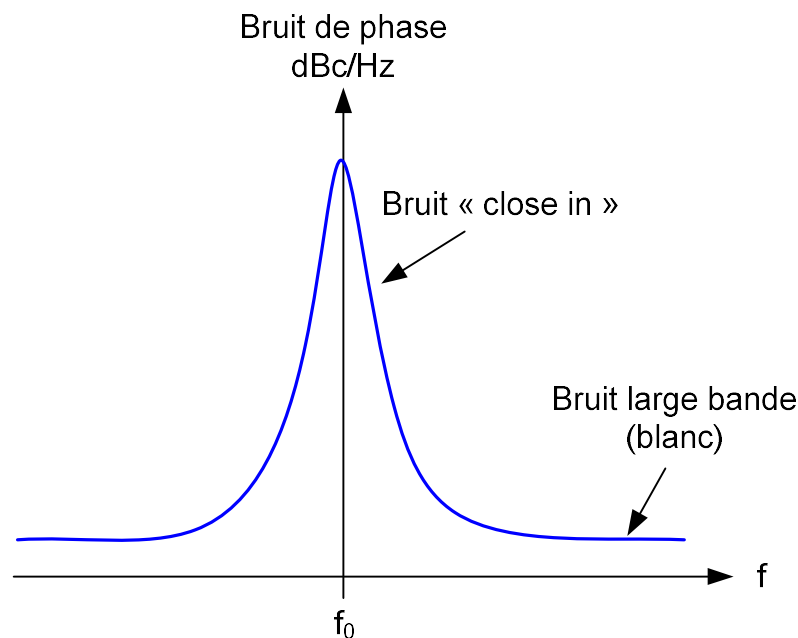
Toutes les sources de bruit externes peuvent encore augmenter la gigue de phase ; le bruit sur les alimentations, en particulier, doit être réduit au minimum y compris sur les circuits numériques.

Les différentes sources de gigue de phase se somment (en moyenne quadratique) pour obtenir la gigue de phase totale. La gigue de phase propre à l'échantillonneur du CAN (aperture jitter) n'est pas toujours fournie par le fabricant, mais elle est intégrée dans la mesure du SNR en fonction de la fréquence.

3.5.3. CALCUL DE LA GIGUE DE PHASE DUE A UN OSCILLATEUR

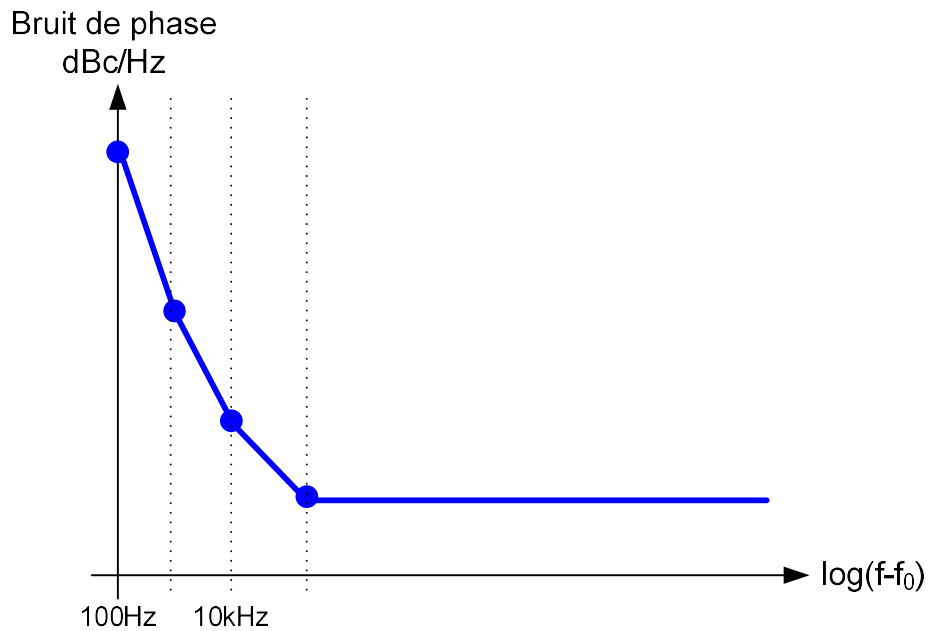
La gigue de phase d'un oscillateur est habituellement donnée par la caractérisation du spectre du signal de sortie, autour de la fréquence de référence. Le fabricant fournit conventionnellement la puissance relative (par rapport au pic central) du signal de sortie dans une bande de 1 Hz (dBc/Hz) à une certaine distance du pic central (10, 100, 1000, 10000 Hz par exemple).

La densité spectrale de puissance de bruit d'un oscillateur à la fréquence f_0 est présentée par une courbe de la forme :



Le signal généré n'est pas une fréquence parfaitement pure, on la caractérise notamment par son bruit large bande (plancher de bruit blanc) et son bruit « close-in » à proximité de la fréquence centrale. Ce bruit proche a pour effet d'étaler le signal, ce qui a pour conséquence d'étaler de la même manière tous les tons purs du signal échantillonné. En effet, l'échantillonnage consiste basiquement à multiplier le signal d'entrée par l'horloge d'échantillonnage, ce qui correspond à la convolution de leurs spectres. Un fort bruit « close-in » peut ainsi limiter la résolution spectrale. Le bruit large bande est principalement responsable de la dégradation du SNR par la gigue de phase.

La spécification de la densité spectrale de puissance de bruit d'un oscillateur est souvent donnée par la valeur du bruit à des fréquences particulières par rapport à f_0 .



La détermination de la gigue de phase Δt s'obtient en intégrant la densité spectrale de puissance sur la bande passante des circuits d'horloge. En pratique, on retient généralement $2f_0$ comme écart de fréquence maximal pour l'intégration, la fréquence minimale étant la plus basse fournie par le fabricant de l'oscillateur (rarement inférieure à 100 Hz).

Dans le cas d'un oscillateur à quartz, le bruit de "close-in" est faible. On peut estimer en première approximation la densité spectrale de bruit de phase constante. Pour une densité en large bande p ($\text{dB}_{\text{c/Hz}}$) donnée, la puissance de bruit de phase intégrée dans la bande $[-2f_0..2f_0]$ autour de f_0 peut être estimée à $P = p + 10 \cdot \log_{10}(4f_0)$ en dB_c , soit une gigue de phase $\Delta\phi$ (en radians) égale à :

$$\Delta\phi = \sqrt{10^{\frac{P}{10}}} = 2\sqrt{f_0 \cdot 10^{\frac{p}{10}}}, \text{ ou en secondes : } \Delta t = \frac{\Delta\phi}{2\pi f_0} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{10^{\frac{p}{10}}}{f_0}}$$

Par exemple, un oscillateur à quartz (TCXO, oscillateur compensé en température) du commerce ayant une densité spectrale de bruit de phase de $-150 \text{ dB}_{\text{c/Hz}}$, pour une fréquence de 100 MHz génère une gigue de phase de 1 ps rms.

Inversement, une gigue de phase de 0.2 ps rms nécessite un oscillateur possédant une densité spectrale de bruit de phase inférieure à $-164 \text{ dB}_{\text{c/Hz}}$.

Alternativement, un filtrage passe-bande de l'horloge d'échantillonnage permet de réduire la gigue de phase en réduisant la densité spectrale de puissance de bruit de phase large bande.

Dans le cas où l'horloge d'échantillonnage doit être asservie sur une référence externe, la nécessité d'un très faible bruit de phase (meilleur que 0.2 ps rms) oriente vers l'utilisation d'une boucle à verrouillage de phase utilisant un oscillateur à quartz commandé en fréquence (VCXO voire OCXO, oscillateur à quartz thermostaté avec réglage de fréquence), qui autorise un bruit plus faible qu'un simple VCO.

3.5.4. EFFET DES RAIES PARASITES DE L'HORLOGE D'ÉCHANTILLONNAGE

Un générateur d'horloge rapide (de l'ordre de 100 MHz) réel, qui plus est asservi à une horloge de référence externe (10 MHz typiquement), est constitué d'une boucle à verrouillage de phase intégrant un oscillateur commandé en fréquence. Cette boucle compare la fréquence de l'horloge de référence et celle de son oscillateur interne, génère un signal d'erreur et l'intègre pour corriger la commande de l'oscillateur. Ce signal de commande engendre une petite modulation de fréquence : au premier ordre, le spectre du signal de commande est "accroché" sur la fréquence générée. Une composante périodique dans cette commande génère une raie

parasite, qui peut éventuellement émerger du bruit de phase naturel de l'oscillateur. Une telle perturbation est généralement due à la fréquence de comparaison de la PLL et à ses harmoniques, mais elle peut aussi être conduite par l'alimentation de l'oscillateur, induite par un autre oscillateur,...

Ces raies parasites augmentent le bruit de phase de l'horloge d'échantillonnage, mais surtout se mélangent avec le signal d'entrée et en créent des répliques décalées en fréquence. Le niveau de ces raies parasites doit donc être suffisamment faible par rapport au signal d'horloge principal, au moins de l'ordre du SFDR du CAN.

3.5.5. INFLUENCE DU SIGNAL DE SORTIE

Les transitions des sorties numériques d'un CAN rapide génèrent des courants qui peuvent induire sur l'entrée du CAN un bruit corrélé avec le signal à numériser. Cet effet s'illustre bien avec un fort signal sinusoïdal : les transitions périodiques du mot de sortie génèrent un bruit dont le spectre contient des harmoniques du signal d'entrée. En fonction du couplage avec l'entrée et de la dynamique propre du CAN, il peut alors résulter une dégradation du SFDR, voire une dégradation du SNR. Si ces phénomènes peuvent souvent être négligés, ils deviennent potentiellement gênants avec un CAN rapide de haute linéarité. Des précautions d'utilisation du CAN doivent être prises (limitation de la capacité de charge des sorties notamment) afin de limiter le courant de commutation. D'autres techniques, comme l'embrouillage du signal de sortie par le CAN, permettent de décorrélérer ce bruit dû à la commutation du signal d'entrée.

3.6. TECHNIQUES DE CORRECTION

Il existe différentes techniques permettant d'améliorer la dynamique d'un CAN, en augmentant le SFDR. On peut distinguer celles opérant au niveau du CAN lui-même ("dithering" notamment) et celles effectuant un traitement numérique du signal de sortie (linéarisation du signal de sortie).

3.6.1. TECHNIQUE DE "DITHERING"

La technique du « dithering » consiste à « blanchir » le signal d'erreur de quantification dû à la DNL en ajoutant à l'entrée du quantifieur un faible bruit (mais suffisamment grand devant le pas de quantification). Le signal d'erreur est ainsi rendu indépendant du signal utile, au prix d'une augmentation de sa puissance. Les raies parasites du bruit de quantification sont remplacées par un bruit blanc qui dégrade le rapport signal à bruit large bande, mais permet d'augmenter la dynamique instantanée en bande étroite, par filtrage. Le bruit ajouté peut être du bruit thermique, on préfère cependant synthétiser un bruit à partir d'un générateur pseudo-aléatoire et d'un convertisseur numérique-analogique. Dans un système échantillonné, cette configuration permet de réduire la perte de sensibilité, en soustrayant le bruit numérique (connu) du résultat final. Une autre possibilité est d'ajouter un bruit dans une bande non utile (par exemple 0..1 MHz pour un récepteur HF, ou près de $\frac{f_e}{2}$), pour l'éliminer ensuite par filtrage numérique.

En pratique, dans le cadre de la réception HF large bande avec un CAN haute résolution, la présence du seul bruit radioélectrique (voire du bruit thermique) suffit à décorrélérer le bruit de quantification du signal utile.

3.6.2. TECHNIQUES DE LINÉARISATION

Les techniques de linéarisation permettent de compenser l'erreur de quantification par correction numérique.

La première idée venant à l'esprit est le calibrage du CAN en mode statique, en lui faisant numériser toutes les tensions de sa plage d'entrée et en construisant une table de correction pour chaque mot de sortie, permettant de centrer précisément la valeur de la transition d'un mot à l'autre.

Le caractère dynamique du signal d'entrée dégrade le gain que l'on peut espérer de cette correction, qui ne prend pas en compte l'aspect temporel. Les limitations de bande passante et de temps de montée obligent en effet à tenir compte des échantillons de sortie passés (ou même futurs, selon la modélisation choisie).

Une technique (phase-plane compensation) consiste par exemple à établir une table de correction prenant en compte l'échantillon courant et la dérivée du signal au même instant (calculée numériquement à partir des échantillons voisins ou analogiquement puis numérisée par un autre CAN).

Une autre (state variable compensation) consiste à établir une table de correction prenant en compte l'échantillon courant et le précédent.

Le gain pouvant être apporté par ces techniques se situe autour de 10 à 20 dB; il sera plus faible s'il est appliqué à un CAN intégrant déjà une méthode de linéarisation.

Une correction de non-linéarité peut être appliquée à un ensemble amplificateur – CAN, elle permet de corriger les défauts de la chaîne analogique en amont du CAN. Cette correction n'étant pas liée aux défauts de la DNL du CAN, elle peut consister à appliquer des filtres non-linéaires (ajout de termes correctifs en x^2 , x^3 , ...) afin de compenser essentiellement la réponse des étages analogiques (voir paragraphe 2.1.3).

Le principal problème de ces méthodes réside dans la difficulté à établir les tables de correction, ce qui nécessite l'injection d'un signal parfaitement connu dans la chaîne analogique, ainsi qu'une durée de mesure non négligeable. Ces contraintes sont d'autant plus fortes que la résolution du CAN est élevée.

Ces techniques supposent que les caractéristiques des CAN sont stables (temps, température), faute de quoi les tables de correction doivent être ré-établies.